Examen de Matemáticas 4º de ESO

Abril 2005

Problema 1 *(1 puntos)* Calcular el vector $\overrightarrow{z} = 2\overrightarrow{u} + 3\overrightarrow{v} - \overrightarrow{w}$ donde $\overrightarrow{u} = (3, -2)$, $\overrightarrow{v} = (1, -3)$ y $\overrightarrow{w} = (1, -2)$

Solución:

$$\overrightarrow{z} = 2(3, -2) + 3(1, -3) - (1, -2) = (8, -11)$$

Problema 2 *(1 puntos)* Dividir el segmento que une los puntos $A(-2, -1)$ y $B(13, 9)$ en cinco partes iguales.

Solución:

$$\frac{1}{5}\overrightarrow{AB} = \frac{1}{5}[(13, 9) - (-2, -1)] = (3, 2)$$

$$A_1 = A + (3, 2) = (-2, -1) + (3, 2) = (1, 1)$$

$$A_2 = A_1 + (3, 2) = (1, 1) + (3, 2) = (4, 3)$$

$$A_3 = A_2 + (3, 2) = (4, 3) + (3, 2) = (7, 5)$$

$$A_4 = A_3 + (3, 2) = (7, 5) + (3, 2) = (10, 7)$$

$$B = A_4 + (3, 2) = (10, 7) + (3, 2) = (13, 9)$$

Problema 3 *(1 punto)*Encontrar el punto simétrico B de $A(-3, 1)$ respecto del punto $M(1, 0)$

Solución:

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{-3 + x}{2} = 1 \Longrightarrow x = 5 \\ \\ \dfrac{1 + y}{2} = 0 \Longrightarrow y = -1 \end{array}\right\} \Longrightarrow (5, -1)$$

Problema 4 *(2 puntos)* Hallar las ecuaciones de la recta que pasa por los puntos $A(1, -2)$ y $B(3, 3)$ y el ángulo que forma con el eje de abcisas.

Solución:

$$\overrightarrow{AB} = (3, 3) - (1, -2) = (2, 5)$$

Ecuación Vectorial: $(x, y) = (1, -2) + \lambda(2, 5)$

Ecuación Paramétrica: $\left\{\begin{array}{l} x = 1 + 2\lambda \\ y = -2 + 5\lambda \end{array}\right.$

Ecuación Continua: $\dfrac{x - 1}{2} = \dfrac{y + 2}{5}$

Ecuación General: $5x - 2y - 9 = 0$

Ecuación Explícita: $y = \dfrac{5}{2}x - \dfrac{9}{2}$, luego $m = \dfrac{5}{2}$

Ecuación punto pendiente: $y + 2 = \dfrac{5}{2}(x - 1)$ Ángulo: $m = \tan\alpha = \dfrac{5}{2} \Longrightarrow \alpha = 68^{o}11'55''$

Problema 5 Sean $A(-2,1)$, $B(3,-1)$ y $C(5,8)$ vértices consecutivos de un paralelogramo. Se pide calcular el cuarto vértice y su centro.

Solución:

$$D = A + \overrightarrow{BC} = (-2,1) + [(5,8) - (3,-1)] = (0,10)$$

$$M\left(\frac{-2+5}{2}, \frac{1+8}{2}\right) = M\left(\frac{3}{2}, \frac{9}{2}\right)$$

Problema 6 *(1 puntos)* Hallar el punto de intersección de las rectas $r: x - 3y + 2 = 0$ y $s: \left\{ \begin{array}{l} x = 1 + \lambda \\ y = 1 - \lambda \end{array} \right.$, así como el ángulo que forman.

Solución:

$$1 + \lambda - 3(1 - \lambda) + 2 = 0 \Longrightarrow \lambda = 0 \Longrightarrow (1,1)$$

$$r: x - 3y + 2 = 0, \quad s: x + y - 2 = 0$$

$$\cos\alpha = \frac{1-3}{\sqrt{10}\sqrt{2}} = \frac{-2}{\sqrt{20}} \Longrightarrow \alpha = 116^{\circ}33'54''$$

Problema 7 *(1 punto)*Dado el vector $\overrightarrow{u} = (-1,4)$ encontrar otro que tenga la misma dirección y sentido pero con módulo 3.
Solución:

$$|\overrightarrow{u}| = \sqrt{17} \Longrightarrow \overrightarrow{v} = \left(\frac{-3}{\sqrt{17}}, \frac{12}{\sqrt{17}}\right)$$

Problema 8 *(1 punto)*Calcular la ecuación de la circunferencia de centro $C(-1,1)$ y radio $r = \sqrt{3}$
Solución:

$$(x+1)^2 + (y-1)^2 = 3 \Longrightarrow x^2 + y^2 + 2x - 2y - 1 = 0$$

Problema 9 *(1 punto)*Dada la circunferencia $x^2 + y^2 - 6x - 8y + 16 = 0$, calcular su centro y su radio.
Solución:

$$\left.\begin{array}{l} m = -2a = -6 \Longrightarrow a = 3 \\ n = -2b = -8 \Longrightarrow b = 4 \\ p = a^2 + b^2 - r^2 = 11 \Longrightarrow r = 3 \end{array}\right\} \Longrightarrow C(3,4) \;\; r = 3$$