Examen de Matemáticas 4º de ESO

Abril 2005

Problema 1 *(1 puntos)* Calcular el vector $\overrightarrow{z} = 2\overrightarrow{u} + 3\overrightarrow{v} - \overrightarrow{w}$ donde $\overrightarrow{u} = (3, -1)$, $\overrightarrow{v} = (-1, 3)$ y $\overrightarrow{w} = (1, 2)$

Solución:

$$\overrightarrow{z} = 2(3, -1) + 3(-1, 3) - (1, 2) = (2, 5)$$

Problema 2 *(1 puntos)* Dividir el segmento que une los puntos $A(3, 2)$ y $B(13, 7)$ en cinco partes iguales.

Solución:

$$\frac{1}{5}\overrightarrow{AB} = \frac{1}{5}[(13, 7) - (3, 2)] = (2, 1)$$

$$A_1 = A + (2, 1) = (3, 2) + (2, 1) = (5, 3)$$

$$A_2 = A_1 + (2, 1) = (5, 3) + (2, 1) = (7, 4)$$

$$A_3 = A_2 + (2, 1) = (7, 4) + (2, 1) = (9, 5)$$

$$A_4 = A_3 + (2, 1) = (9, 5) + (2, 1) = (11, 6)$$

$$B = A_4 + (2, 1) = (11, 6) + (2, 1) = (13, 7)$$

Problema 3 *(1 punto)*Encontrar el punto simétrico B de $A(3, 1)$ respecto del punto $M(1, 0)$

Solución:

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{3 + x}{2} = 1 \Longrightarrow x = -1 \\ \\ \dfrac{1 + y}{2} = 0 \Longrightarrow y = -1 \end{array}\right\} \Longrightarrow (-1, -1)$$

Problema 4 *(2 puntos)* Hallar las ecuaciones de la recta que pasa por los puntos $A(-1, 2)$ y $B(3, 3)$ y el ángulo que forma con el eje de abcisas.

Solución:

$$\overrightarrow{AB} = (3, 3) - (-1, 2) = (4, 1)$$

Ecuación Vectorial: $(x, y) = (-1, 2) + \lambda(4, 1)$

Ecuación Paramétrica: $\left\{\begin{array}{l} x = -1 + 4\lambda \\ y = 2 + \lambda \end{array}\right.$

Ecuación Continua: $\dfrac{x + 1}{4} = \dfrac{y - 2}{1}$

Ecuación General: $x - 4y + 9 = 0$

Ecuación Implícita: $y = \dfrac{1}{4}x + \dfrac{9}{4}$, luego $m = \dfrac{1}{4}$

Ecuación punto pendiente: $y - 2 = \dfrac{1}{4}(x + 1)$ Ángulo: $m = \tan\alpha = \dfrac{1}{4} \Longrightarrow \alpha = 14^{o}2'11''$

Problema 5 Sean $A(-1,1)$, $B(2,-1)$ y $C(5,8)$ vértices consecutivos de un paralelogramo. Se pide calcular el cuarto vértice y su centro.

Solución:

$$C = A + \overrightarrow{BC} = (-1,1) + [(5,8) - (2,-1)] = (2,10)$$

$$M\left(\frac{-1+5}{2}, \frac{1+8}{2}\right) = M\left(2, \frac{9}{2}\right)$$

Problema 6 *(1 puntos)* Hallar el punto de intersección de las rectas $r: 2x+3y-1=0$ y $s: \left\{\begin{array}{l} x = 2-\lambda \\ y = 1+\lambda \end{array}\right.$, así como el ángulo que forman.

Solución:

$$2(2-\lambda) + 3(1+\lambda) - 1 = 0 \Longrightarrow \lambda = -6 \Longrightarrow (8,-5)$$

$$r: 2x+3y-1=0, \quad s: x+y-3=0$$

$$\cos\alpha = \frac{2+3}{\sqrt{13}\sqrt{2}} = \frac{5}{\sqrt{26}} \Longrightarrow \alpha = 11^{\text{o}}18'35''$$

Problema 7 *(1 punto)*Dado el vector $\overrightarrow{u} = (3,1)$ encontrar otro que tenga la misma dirección y sentido pero con módulo 3.
Solución:

$$|\overrightarrow{u}| = \sqrt{10} \Longrightarrow \overrightarrow{v} = \left(\frac{9}{\sqrt{10}}, \frac{3}{\sqrt{10}}\right)$$

Problema 8 *(1 punto)*Calcular la ecuación de la circunferencia de centro $C(1,-2)$ y radio $r = \sqrt{7}$
Solución:

$$(x-1)^2 + (y+2)^2 = 7 \Longrightarrow x^2 + y^2 - 2x + 4y - 2 = 0$$

Problema 9 *(1 punto)*Dada la circunferencia $x^2 + y^2 - 4x - 8y + 11 = 0$, calcular su centro y su radio.
Solución:

$$\left.\begin{array}{l} m = -2a = -4 \Longrightarrow a = 2 \\ n = -2b = -8 \Longrightarrow b = 4 \\ p = a^2 + b^2 - r^2 = 11 \Longrightarrow r = 3 \end{array}\right\} \Longrightarrow C(2,4) \;\; r = 3$$