Examen de Matemáticas 4º de ESO

Octubre 2004

Problema 1 *(1 punto)* Indica el conjunto más pequeño al que pertenece cada uno de los siguientes números:
$6 \in N$; $7,5252\ldots \in Q$; $\pi \in$ irracionales ; $\sqrt{36} = 6 \in N$; $3,5577555777\ldots \in$ irracionales ; $-\dfrac{3}{4} \in Q$; $-1 \in Z$; $1,143939\ldots \in Q$;
$7,772773774\ldots \in$ irracionales; $9,999\ldots \in Q$

Problema 2 *(1 punto)* Dados los intevalos $A = (-3, 7]$ $B = (-\infty, 3]$ y $C = (0, 7)$, calcular $A \cap B$, $A \cup C$, $B \cap C$ y $B \cup C$

Solución:

$$A \cap B = (-3, 3], \;\; A \cup C = (-3, 7], \;\; B \cap C = (0, 3], \;\; B \cup C = (-\infty, 7)$$

Problema 3 *(1 punto)*Escribe de todas las maneras que conozcas los siguientes intervalos

1. $\{x \in R : |x - 2| \leq 12\}$
2. $\{x \in R : |x + 3| < 11\}$

(Recuerda la definición de entorno, $E(a, r) = \{x \in R : |x - a| < r\}$.
Solución:

1. $\{x \in R : |x - 2| \leq 12\} = \overline{E}(2, 12) = [-10, 14] =$

   $= \{x \in R : -10 \leq x \leq 14\}$
2. $\{x \in R : |x + 3| < 11\} = \overline{E}(-3, 11) = (-14, 8) =$

   $\{x \in R : -14 < x < 8\}$

Problema 4 *(1,5 punto)*Simplifica todo lo que puedas

$$\sqrt{75} + \frac{1}{2}\sqrt{192} + \sqrt{147}, \quad \frac{\sqrt{216}\sqrt[3]{9}}{\sqrt[6]{3}}, \quad \sqrt{96} - \sqrt{150} + 2\sqrt{294}$$

Solución:

$$\sqrt{75} + \frac{1}{2}\sqrt{192} + \sqrt{147} = 16\sqrt{3}, \quad \frac{\sqrt{216}\sqrt[3]{9}}{\sqrt[6]{3}} = 18\sqrt{2},$$

$$\sqrt{96} - \sqrt{150} + 2\sqrt{294} = 13\sqrt{6}$$

Problema 5 *(1,5 punto)*Racionalizar las siguientes expresiones:

$$\frac{4}{1+\sqrt{5}}; \quad \frac{3}{\sqrt[7]{3^2}}, \quad \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-\sqrt{7}}$$

Solución:

$$\frac{4}{1+\sqrt{5}} = -1+\sqrt{5}; \quad \frac{3}{\sqrt[7]{3^2}} = \sqrt[7]{3^5}, \quad \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-\sqrt{7}} = -\frac{3+\sqrt{21}}{4}$$

Problema 6 *(2 puntos)* Resolver las ecuaciones:

1. $\log(x-1)+\log(x+1) = 2\log x - 1$
2. $\log x^2 + 3\log x = 2$

Solución:

1. $\log(x-1)+\log(x+1) = 2\log x - 1 \Longrightarrow \log(x^2-1) = \log(x-1)^2$

   $\Longrightarrow 9x^2 = 10 \Longrightarrow x = \dfrac{\sqrt{10}}{3}, \ \ x = -\dfrac{\sqrt{10}}{3}$ (no vale)

2. $\log x^2 + 3\log x = 2 \Longrightarrow \log x^5 = \log 100 \Longrightarrow x = \sqrt[5]{100} = 2,51188$

Problema 7 *(2 puntos)* Resolver el sistema de ecuaciones logarítmicas:

$$\left\{\begin{array}{ll} \log(xy)^2 & = 8 \\ \log\left(\dfrac{x}{y^2}\right) & = 4 \end{array}\right.$$

Solución:

$$\left\{\begin{array}{ll} \log(xy)^2 & = 8 \\ \log\left(\dfrac{x}{y^2}\right) & = 4 \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{rl} 2\log x+ & 2\log y = 8 \\ \log x- & 2\log y = 4 \end{array}\right.$$

$$\Longrightarrow \left\{\begin{array}{rl} 2u+ & 2v = 8 \\ u- & 2v = 4 \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} u = 4 \\ v = 0 \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} u = 4 = \log x \Longrightarrow x = 10000 \\ v = 0 = \log y \Longrightarrow y = 1 \end{array}\right.$$