Examen de Matemáticas 4º de ESO

Octubre 2004

Problema 1 *(1 punto)* Indica el conjunto más pequeño al que pertenece cada uno de los siguientes números:
5; 4,8282; $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$; $\sqrt{81}$; $3,2277222777\ldots$; $-\frac{5}{9}$; $21,253838\ldots$;
$7,112113114\ldots$; $4,111\ldots$
Solución:

$5 \in R$; $4,8282\ldots \in Q$; $\frac{1+\sqrt{5}}{2} \in$ irracinal $\sqrt{81} = 9 \in R$; $3,2277222777\ldots \in$ irracinal; $-\frac{5}{9} \in Q$; $0 \in N; 21,253838\ldots \in Q$;
$7,112113114\ldots \in$ irracinal; $4,111\ldots \in Q$

Problema 2 *(1 punto)* Dados los intevalos $A = (-3,4]$ $B = (-3,2]$ y $C = (0,4]$, calcular $A \cap B$, $A \cup C$, $B \cap C$ y $B \cup C$

Solución:

$$A \cap B = (-3,2], \quad A \cup C = (-3,4], \quad B \cap C = (0,2], \quad B \cup C = (-\infty,4)$$

Problema 3 *(1 punto)*Escribe de todas las maneras que conozcas los siguientes intervalos

1. $\{x \in R : |x-1| \le 7\}$
2. $\{x \in R : |x+4| < 10\}$

(Recuerda la definición de entorno, $E(a,r) = \{x \in R : |x-a| < r\}$.
Solución:

1. $\{x \in R : |x-1| \le 7\} = \overline{E}(1,7) = [-6,8] = \{x \in R : -6 \le x \le 8\}$
2. $\{x \in R : |x+4| < 10\} = E(-4,10) = (-14,6) =$

   $= \{x \in R : -14 < x < 6\}$

Problema 4 *(1,5 punto)*Simplifica todo lo que puedas

$$3\sqrt{32} - \frac{1}{3}\sqrt{72} + \sqrt{128}, \quad \frac{\sqrt{27}\sqrt[3]{9}}{\sqrt[6]{3}}, \quad \sqrt{48} + 3\sqrt{75} - \sqrt{27} + \sqrt{108}$$

Solución:

$$3\sqrt{32} - \frac{1}{3}\sqrt{72} + \sqrt{128} = 18\sqrt{2}, \quad \frac{\sqrt{27}\sqrt[3]{9}}{\sqrt[6]{3}} = 9,$$

$$\sqrt{48} + 3\sqrt{75} - \sqrt{27} + \sqrt{108} = 22\sqrt{3}$$

Problema 5 *(1,5 punto)*Racionalizar las siguientes expresiones:

$$\frac{7}{2+\sqrt{11}}; \quad \frac{6}{\sqrt[5]{3^2}}, \quad \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}$$

Solución:

$$\frac{7}{2+\sqrt{11}} = -2+\sqrt{11}; \quad \frac{6}{\sqrt[5]{3^2}} = 2\sqrt[5]{3^3}, \quad \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}-\sqrt{3}} = \frac{7+\sqrt{21}}{4}$$

Problema 6 *(2 puntos)* Resolver las ecuaciones:

1. $2\log(x-1)+1 = \log(x^2-1)$
2. $\log(10(x^3+2x)) - 2\log(x+1) = 1+\log x$

Solución:

1. $2\log(x-1)+1 = \log(x^2-1) \Longrightarrow \log 10(x-1)^2 = \log(x^2-1)$

   $\Longrightarrow 9x^2-20x+11=0 \Longrightarrow x = \dfrac{11}{9}$ y $x=1$ (no vale).

2. $\log(10(x^3+2x)) - 2\log(x+1) = 1+\log x \Longrightarrow$

   $\log\dfrac{10(x^3+2x)}{(x+1)^2} = \log 10x \Longrightarrow 2x^2-x=0 \Longrightarrow$
   $x = \dfrac{1}{2}$ y $x=0$ (no vale).

Problema 7 *(2 puntos)* Resolver el sistema de ecuaciones logarítmicas:

$$\begin{cases} \log(xy)^2 & = 6 \\ \log\left(\dfrac{x}{y^2}\right) & = 3 \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{cases} \log(xy)^2 & = 6 \\ \log\left(\dfrac{x}{y^2}\right) & = 3 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} 2\log x + 2\log y & = 6 \\ \log x - 2\log y & = 3 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} 2u+2v & = 6 \\ u-2v & = 3 \end{cases} \Longrightarrow$$

$$\begin{cases} u = \log x = 3 \\ v = \log y = 0 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x = 1000 \\ y = 1 \end{cases}$$