Examen de Matemáticas 4º de ESO

Octubre 2004

Problema 1 *(1 punto)* Indica el conjunto más pequeño al que pertenece cada uno de los siguientes números:

3 ; $2,7171\ldots$; π ; $\sqrt{9}$; $3,22442224444\ldots$; $-\dfrac{7}{9}$; 0; $23,163737\ldots$; $7,2122132142\ldots$; $6,111\ldots$

Solución:

$3 \in N$; $2,7171\ldots \in Q$; $\pi \in$ irracional; $\sqrt{9} = 3 \in N$; $3,22442224444\ldots \in$ irracional ; $-\dfrac{7}{9} \in Q$; $0 \in N$; $23,163737\ldots \in Q$;
$7,2122132142\ldots \in$ irracional; $6,111\ldots \in Q$

Problema 2 *(1 punto)* Dados los intevalos $A = (-2,4]$ $B = (-\infty,2]$ y $C = (1,4)$, calcular $A \cap B$, $A \cup C$, $B \cap C$ y $B \cup C$

Solución:

$$A \cap B = (-2,2], \quad A \cup C = (-2,4], \quad B \cap C = (1,2], \quad B \cup C = (-\infty,4)$$

Problema 3 *(1 punto)*Escribe de todas las maneras que conozcas los siguientes intervalos

1. $\{x \in R : |x-5| \le 5\}$
2. $\{x \in R : |x+2| < 8\}$

(Recuerda la definición de entorno, $E(a,r) = \{x \in R : |x-a| < r\}$.
Solución:

1. $\{x \in R : |x-5| \le 5\} = \overline{E}(5,5) = [0,10] = \{x \in R : 0 \le x \le 10\}$
2. $\{x \in R : |x+2| < 8\} = E(-2,8) = (-10,6) = \{x \in R : -10 < x < 6\}$

Problema 4 *(1,5 punto)*Simplifica todo lo que puedas

$$\sqrt{27} + \frac{1}{2}\sqrt{12} - 2\sqrt{75}, \quad \frac{\sqrt{75}\,\sqrt[3]{25}}{\sqrt{15}}, \quad \sqrt{48} + 3\sqrt{75} - \sqrt{27} + \sqrt{108}$$

Solución:

$$\sqrt{27} + \frac{1}{2}\sqrt{12} - 2\sqrt{75} = -6\sqrt{3}, \quad \frac{\sqrt{75}\,\sqrt[3]{25}}{\sqrt{15}} = 5\sqrt[6]{5},$$

$$\sqrt{48} + 3\sqrt{75} - \sqrt{27} + \sqrt{108} = 22\sqrt{3}$$

Problema 5 *(1,5 punto)*Racionalizar las siguientes expresiones:

$$\frac{2}{1+\sqrt{5}};\quad \frac{2}{\sqrt[3]{3^2}},\quad \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$$

Solución:

$$\frac{2}{1+\sqrt{5}} = -\frac{1-\sqrt{5}}{2};\quad \frac{2}{\sqrt[3]{3^2}} = \frac{2\sqrt[3]{3}}{3},\quad \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}} = -\sqrt{10}-\sqrt{15}$$

Problema 6 *(2 puntos)* Resolver las ecuaciones:

1. $\log(10x^2-2)-1 = \log(x+1)+\log x$

2. $\log(3x^2-2)-2\log(1-x) = 1$

Solución:

1. $\log(10x^2-2)-1 = \log(x+1)+\log x \Longrightarrow \log\dfrac{10x^2-2}{10} = \log x(x+1)$

   $\Longrightarrow 10x^2-2 = 10x(x+1) \Longrightarrow x = -\dfrac{1}{5}$

2. $\log(3x^2-2)-2\log(1-x) = 1 \Longrightarrow \log\dfrac{3x^2-2}{(1-x)^2} = \log 10 \Longrightarrow$

   $7x^2-20x+12 = 0 \Longrightarrow x = \dfrac{6}{7},\quad x = 2$ (no vale)

Problema 7 *(2 puntos)* Resolver el sistema de ecuaciones logarítmicas:

$$\left\{\begin{array}{ll} \log(xy)^2 & = 4 \\ \log\left(\dfrac{x}{y^2}\right) & = 2 \end{array}\right.$$

Solución:

$$\left\{\begin{array}{ll} \log(xy)^2 & = 4 \\ \log\left(\dfrac{x}{y^2}\right) & = 2 \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{ll} 2\log x+2\log y & = 4 \\ \log x-2\log y & = 2 \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{ll} 2u+2v & = 4 \\ u-2v & = 2 \end{array}\right.$$

$$\Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} u = 2 = \log x \\ v = 0 = \log y \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} x = 100 \\ y = 1 \end{array}\right.$$