Examen de Matemáticas 4º de ESO

Octubre 2004

Problema 1 *(1 punto)* Indica el conjunto más pequeño al que pertenece cada uno de los siguientes números:
-3 ; $2,71$; 0 ; $\sqrt{5}$; $1,2233222333\ldots$; $-\frac{13}{7}$; 5; $11,163636\ldots$;
$4,21132142152\ldots$; $5,333\ldots$
Solución:

$-3 \in Z$; $2,71 \in Q$; $0 \in N$; $\sqrt{5} \in$ irracional; $1,2233222333\ldots \in$ irracional; $-\dfrac{13}{7} \in Q$; $5 \in N$; $11,163636\ldots \in Q$;
$4,21132142152\ldots \in$ irracional; $5,333\ldots \in Q$

Problema 2 *(1 punto)* Dados los intevalos $A = (-1,4]$ $B = (-\infty,2]$ y $C = (1,3)$, calcular $A \cap B$, $A \cup C$, $B \cap C$ y $B \cup C$

Solución:

$$A \cap B = (-1,2],\;\; A \cup C = (-1,4],\;\; B \cap C = (1,2],\;\; B \cup C = (-\infty,3)$$

Problema 3 *(1 punto)*Escribe de todas las maneras que conozcas los siguientes intervalos

1. $\{x \in R : |x-2| \le 8\}$
2. $\{x \in R : |x+1| < 9\}$

(Recuerda la definición de entorno, $E(a,r) = \{x \in R : |x-a| < r\}$.
Solución:

1. $\{x \in R : |x-2| \le 8\} = \overline{E}(2,8) = \{x \in R : -6 \le x \le 10\} = [-6,10]$
2. $\{x \in R : |x+1| < 9\} = E(-1,9) = \{x \in R : -10 < x < 8\} = (-10,8)$

Problema 4 *(1,5 punto)*Simplifica todo lo que puedas

$$\sqrt{27} - \sqrt{3} + \sqrt{192} - 2\sqrt{12}, \quad \frac{\sqrt[4]{a^3}\sqrt{a}}{\sqrt[3]{a^2}}, \quad \sqrt{27} + \frac{1}{2}\sqrt{12} - 2\sqrt{75}$$

Solución:

$$\sqrt{27} - \sqrt{3} + \sqrt{192} - 2\sqrt{12} = 7\sqrt{3}, \quad \frac{\sqrt[4]{a^3}\sqrt{a}}{\sqrt[3]{a^2}} = \sqrt[12]{a^7},$$

$$\sqrt{27} + \frac{1}{2}\sqrt{12} - 2\sqrt{75} = -6\sqrt{3}$$

Problema 5 *(1,5 punto)*Racionalizar las siguientes expresiones:

$$\frac{3}{1+\sqrt{7}};\quad \frac{3}{\sqrt[3]{3}},\quad \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$$

Solución:

$$\frac{3}{1+\sqrt{7}} = -\frac{1-\sqrt{7}}{2};\quad \frac{3}{\sqrt[3]{3}} = \sqrt[3]{9},\quad \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \sqrt{6}+2$$

Problema 6 *(2 puntos)* Resolver las ecuaciones:

1. $\log x^2 - \log(x-1) + 1 = 2\log x$
2. $\log(x+1) - 2\log(x-1) = 1$

Solución:

1. $\log x^2 - \log(x-1) + 1 = 2\log x \Longrightarrow \log \dfrac{10x^2}{x-1} = \log x^2 \Longrightarrow$

   $x^2(11-x) = 0 \Longrightarrow x = 11$ y $x = 0$ (no vale).

2. $\log(x+1) - 2\log(x-1) = 1 \Longrightarrow \log \dfrac{x+1}{(x-1)^2} = \log 10 \Longrightarrow$

   $10x^2 - 21x + 9 = 0 \Longrightarrow x = \dfrac{3}{5}$ y $x = \dfrac{3}{5}$ no vale

Problema 7 *(2 puntos)* Resolver el sistema de ecuaciones logarítmicas:

$$\begin{cases} \log(xy)^2 & = 4 \\ \log\left(\dfrac{x^3}{y^2}\right) & = 1 \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{cases} \log(xy)^2 & = 4 \\ \log\left(\dfrac{x^3}{y^2}\right) & = 1 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} 2\log x + 2\log y & = 4 \\ 3\log x - 2\log y & = 1 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} 2u + 2v & = 4 \\ 3u - 2v & = 1 \end{cases}$$

$$\Longrightarrow \begin{cases} u = \log x = 1 \\ v = \log y = 1 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 10 \end{cases}$$