

Problemas de derivadas 2º de Bachillerato

Febrero 2002

Problema 1 Calcular la derivada de la siguiente gráfica, así como el valor de ella en un punto.

1. $f(x) = \frac{1}{3}(2x^3 - 4)$ en $x = 0$
2. $f(x) = \frac{5-6x^2}{7}$ en $x = 1$
3. $f(x) = 5x^{-2}(x + 3)$ en $x = 1$
4. $f(x) = (x^2 - 2x + 1)(x^3 - 1)$ en $x = 1$
5. $f(x) = (x^3 - 3x)(2x^2 + 3x + 5)$ en $x = 0$
6. $f(x) = (x - 1)(x^2 - 3x + 2)$ en $x = 0$
7. $f(x) = (x^5 - 3x)\left(\frac{1}{x^2}\right)$ en $x = -1$
8. $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ en $x = 2$

Problema 2 Calcular las siguientes derivadas:

1. $f(x) = \frac{3x-2}{2x-3}$
2. $f(x) = \frac{3-2x-x^2}{x^2-1}$
3. $f(x) = \frac{x^3+3x+2}{x^2-1}$
4. $f(x) = x^4\left(1 - \frac{2}{x+1}\right)$
5. $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x}}$
6. $f(x) = \sqrt[3]{x}(\sqrt{x} + 3)$
7. $f(x) = \frac{x+1}{x^2+2x+2}$
8. $f(x) = (x^2 - 1)^2$
9. $f(x) = \left(\frac{x^2-x-3}{x^2+1}\right)(x^2 + x + 1)$
10. $f(x) = \left(\frac{x+1}{x+2}\right)(2x - 5)$
11. $f(x) = (x^2 - x)(x^2 + 1)(x^2 + x + 1)$
12. $f(x) = (3x^3 + 4x)(x - 5)(x + 1)$
13. $f(x) = \frac{x^2+c^2}{x^2-c^2}$ donde c es una constante

14. $f(x) = \frac{c^2-x^2}{c^2+x^2}$ donde c es una constante

15. $f(x) = \frac{x(x^2-1)}{x+3}$

16. $f(x) = \frac{x^2+2x}{x}$

17. $f(x) = \frac{4x^{3/2}}{x}$

18. $f(x) = \frac{7}{3x^3}$

19. $f(x) = \frac{4}{5x^2}$

20. $f(x) = \frac{3x^2-5}{7}$

21. $f(x) = \frac{x^2-4}{x+2}$

Problema 3 Calcular las derivadas de las siguientes funciones trigonométricas

1. $f(x) = x^2 \operatorname{sen} x$

2. $f(x) = \frac{\operatorname{sen} x}{x}$

3. $f(x) = \frac{\operatorname{cos} x}{x}$

4. $f(x) = (x+1)\operatorname{cos} x$

5. $f(x) = -x + \operatorname{tan} x$

6. $f(x) = x + \operatorname{cotan} x$

7. $f(x) = 5x \operatorname{cosec} x$

8. $f(x) = \frac{\operatorname{sec} x}{x}$

9. $f(x) = -\operatorname{cosec} x - \operatorname{sen} x$

10. $f(x) = x \operatorname{sen} x + \operatorname{cos} x$

11. $f(x) = x^2 \operatorname{sen} x + 2x \operatorname{cos} x - 2 \operatorname{sen} x$

12. $f(x) = \operatorname{sen} x \operatorname{cos} x$

13. $f(x) = \frac{1+\operatorname{cosec} x}{1-\operatorname{cosec} x}$

14. $f(x) = \operatorname{tan} x \operatorname{cotan} x$

15. $f(x) = x^2 \operatorname{tan} x$

16. $f(x) = 5 \operatorname{sec} x + \operatorname{tan} x$

17. $f(x) = \frac{x}{1-\operatorname{sen} x}$

18. $f(x) = \frac{\operatorname{sen} x}{1 - \cos x}$
19. $f(x) = \frac{\operatorname{sec} x}{x}$
20. $f(x) = \operatorname{sen} x(\operatorname{sen} x + \cos x)$

Problema 4 Calcular las derivadas primera y segunda de las siguientes funciones:

1. $f(x) = 4x^{3/2}$
2. $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 1}{x}$
3. $f(x) = \frac{x}{x-1}$
4. $f(x) = x + \frac{3^2}{x^2}$
5. $f(x) = \frac{x}{x-1}$
6. $f(x) = \operatorname{sec} x$

Problema 5 Halla la ecuación de la recta tangente y normal a la gráfica de la función dada en el punto indicado:

1. $f(x) = \frac{x}{x-1}$ en el punto $(2, 2)$
2. $f(x) = (x-1)(x^2 - 2)$ en el punto $(0, 2)$
3. $f(x) = (x^3 - 3x + 1)(x + 2)$ en el punto $(1, -3)$
4. $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$ en el punto $(2, \frac{1}{3})$
5. $f(x) = \tan x$ en el punto $(\frac{\pi}{4}, 1)$
6. $f(x) = \operatorname{sec} x$ en el punto $(\frac{\pi}{3}, 2)$

Problema 6 ¿En que puntos tiene tangente horizontal la gráfica

$$f(x) = \frac{x^2}{x-1} \quad ?$$

Problema 7 ¿En que puntos tiene tangente horizontal la gráfica

$$f(x) = \frac{x^2}{x+1} \quad ?$$

Problema 8 Calcular las siguientes derivadas:

1. $y = \sqrt{x^2 - 1}$
2. $y = \cos \frac{3x}{2}$

3. $y = \operatorname{cosec}^2 x$
4. $y = (6x - 5)^4$
5. $y = \tan(\pi x + 1)$
6. $y = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$
7. $y = (2x - 7)^3$
8. $y = (3x^2 - 1)^4$
9. $y = 2(x^2 - 1)^3$
10. $y = 3(9x - 4)^4$
11. $y = \frac{1}{x-2}$
12. $y = \frac{1}{x^2+3x-1}$
13. $y = \left(\frac{1}{x-3}\right)^2$
14. $y = -\frac{4}{(x+2)^2}$
15. $y = \frac{3}{x^3-4}$
16. $y = \frac{1}{(x^2-3x)^2}$
17. $y = x^2(x - 2)^4$
18. $y = x(3x - 9)^3$
19. $y = \sqrt{1 - x}$
20. $y = \sqrt{3 - 2x}$
21. $y = \sqrt{x^2 + 2x - 1}$
22. $y = \sqrt[3]{3x^3 + 4x}$
23. $y = \sqrt{x^2 - 2x + 1}$
24. $y = 2\sqrt{4 - x^2}$
25. $y = -3\sqrt[4]{2 - 9x}$
26. $y = (9 - x^2)^{\frac{2}{3}}$
27. $y = (9x + 2)^{\frac{2}{3}}$
28. $y = \frac{1}{\sqrt{x+2}}$

$$29. y = \sqrt{\frac{1}{x^2-2}}$$

$$30. y = \frac{3}{\sqrt[3]{x^3-1}}$$

$$31. y = \frac{1}{\sqrt{x^2-3x+4}}$$

$$32. y = \frac{-1}{\sqrt{x+1}}$$

$$33. y = \frac{1}{2\sqrt{x-3}}$$

$$34. y = \frac{\sqrt{x+1}}{x^2+1}$$

$$35. y = \frac{x+1}{2x-3}$$

$$36. y = \frac{3x+2}{x-1}$$

$$37. y = \sqrt{\frac{2x}{x+1}}$$

$$38. y = \frac{3x^2}{\sqrt{x^2+2x-1}}$$

$$39. y = \sqrt{x}(2-x)^2$$

$$40. y = \sqrt{\frac{x+1}{x}}$$

$$41. y = \frac{-2(2-x)\sqrt{1+x}}{3}$$

$$42. y = \sqrt{x-1} + \sqrt{x+1}$$

Problema 9 Calcular la recta tangente y normal a la gráfica en el punto indicado:

$$1. y = \sqrt{3x^2 - 2} \quad \text{en el punto } (3, 5)$$

$$2. y = x\sqrt{x^2 + 5} \quad \text{en el punto } (2, 6)$$

$$3. y = \text{sen } 2x \quad \text{en el punto } (\pi, 0)$$

$$4. y = \tan x^2 \quad \text{en el punto } \left(\frac{\pi}{2}, 1\right)$$

Problema 10 Calcular la primera y segunda derivada de las siguientes funciones:

$$1. f(x) = 2(x^2 - 1)^2$$

$$2. f(x) = \frac{1}{x-2}$$

$$3. f(x) = \text{sen } x^2$$

4. $f(x) = \frac{\sqrt{x^2+1}}{x}$

Problema 11 Calcular la derivada de las siguientes funciones trigonométricas:

1. $y = \cos 3x$

2. $y = \operatorname{sen} 2x$

3. $y = 3 \tan 4x$

4. $y = 2 \cos \frac{x}{2}$

5. $y = \operatorname{sen} \pi x$

6. $y = \sec x^2$

7. $y = \frac{1}{4} \operatorname{sen}^2 2x$

8. $y = 5 \cos \pi x^2$

9. $y = \frac{1}{4} \operatorname{sen} (2x)^2$

10. $y = 5 \cos(\pi x)^2$

11. $y = \sqrt{\operatorname{sen} x}$

12. $y = \operatorname{cosec}^2 x$

13. $y = \tan(\pi x - \frac{\pi}{2})$

14. $y = \cotan(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4})$

15. $y = x \operatorname{sen} \frac{1}{x}$

16. $y = x^2 \operatorname{sen} \frac{1}{x}$

17. $y = \sec 2x^3$

18. $y = \frac{\cos x + 1}{x}$