

Problemas de Álgebra 2º de Bachillerato

Problema 1 Calcular los productos de matrices $A \cdot A$, $A \cdot B$, $B \cdot A$ y $B \cdot B$, siempre que sea posible, donde:

1. $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$

2. $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 3 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

3. $A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

4. $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$

5. $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

6. $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$

Problema 2 Sean

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} 2 & -4 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Calcular si es posible $A \cdot A$, $A \cdot B$, $B \cdot B$ y $B \cdot A$

Problema 3 Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Calcular si es posible $A \cdot A$, $A \cdot B$, $B \cdot B$ y $B \cdot A$

Problema 4 Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Calcular si es posible $A \cdot A$, $A \cdot B$, $B \cdot B$ y $B \cdot A$

Problema 5 Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Calcular si es posible $A \cdot A$, $A \cdot B$, $B \cdot B$ y $B \cdot A$

Problema 6 Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \text{ y } C = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Calcular si es posible:

1. $A \cdot B + C - 3I$
2. $(B \cdot A - 2I) \cdot C$
3. $(A \cdot C - A) \cdot B + I$

Problema 7 Calcular $A \cdot A$, $A \cdot A^T$, $A^T \cdot A$ y $A^T \cdot A^T$, siempre que sea posible, donde:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Problema 8 Calcular la matriz inversa de las siguientes matrices

- 1.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- 2.

$$B = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 3 \\ 2 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & -5 \end{pmatrix}$$

3.

$$C = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Problema 9 Calcular la matriz inversa de la matriz A donde

1. $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$

2. $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 9 \\ 0 & 3 & -4 \end{pmatrix}$

3. $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -2 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$

4. $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ 4 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

5. $A = \begin{pmatrix} -3 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$

6. $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

7. $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & -1 \end{pmatrix}$

8. $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$

9. $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$

10. $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

11. $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

$$12. A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

Problema 10 Discutir para que valores de m la matriz A tiene inversa

$$1. A = \begin{pmatrix} 2 & m & -1 \\ m & 1 & -2 \\ 1 & m & 1 \end{pmatrix}$$

$$2. A = \begin{pmatrix} 1 & m & -1 \\ m & -m & 2 \\ 1 & m & m \end{pmatrix}$$

$$3. A = \begin{pmatrix} 2 & m & -1 \\ 3 & m & 0 \\ m & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

$$4. A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & m-1 \\ m & -1 & m \\ -4 & 3 & -2m \end{pmatrix}$$

$$5. A = \begin{pmatrix} m-1 & 1 & 1 \\ m & 0 & 1 \\ 0 & m & 1 \end{pmatrix}$$

$$6. A = \begin{pmatrix} m & 1 & 0 \\ 0 & 1 & m \\ -m & 1 & 6 \end{pmatrix}$$

Problema 11 Sea la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a & -1 \\ a & 1 & -1 \\ 0 & 3 & a \end{pmatrix}$$

1. Calcular los valores de a para los que la matriz A es inversible.
2. Calcular A^{-1} para $a = 2$.

Problema 12 Sea la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a & -a \\ 1 & a & a-2 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

1. Calcular los valores de a para los que la matriz A es inversible.
2. Calcular A^{-1} para $a = 2$.

Problema 13 Sea A y B dos matrices que cumplen que:

$$(A - B) \cdot B = I$$

1. Calcular A^{-1} .
2. Calcular A sabiendo que $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

Problema 14 Sea A y B dos matrices que cumplen que:

$$A^2 + BA = I$$

1. Calcular A^{-1} .
2. Calcular $(A + B)^3 A^3$
3. Calcular A sabiendo que $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

Problema 15 Resolver el siguiente sistema

$$\begin{cases} 2X - Y = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \\ X + 2Y = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix} \end{cases}$$

Problema 16 Resolver el siguiente sistema

$$\begin{cases} 2X - Y = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ X + 2Y = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \end{cases}$$

Problema 17 Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones matriciales:

$$1. \begin{cases} 2X - Y = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 \\ 2 & -1 & 0 \\ 1 & 3 & -2 \end{pmatrix} \\ X + Y = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & -2 \end{pmatrix} \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} X - Y = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -3 \\ 2 & -1 & 0 \\ 2 & 3 & -2 \end{pmatrix} \\ X + 3Y = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & -2 \end{pmatrix} \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 2X - 3Y = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 8 \\ 2 & 3 & -2 \end{pmatrix} \\ X - Y = \begin{pmatrix} 0 & 3 & -1 \\ 5 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} 2X + Y = \begin{pmatrix} 1 & 8 & -3 \\ -1 & -2 & 0 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix} \\ 3X + Y = \begin{pmatrix} 4 & 0 & -1 \\ 0 & 3 & 1 \\ 5 & 1 & 1 \end{pmatrix} \end{cases}$$

Problema 18 Calcular los siguientes determinantes:

1.

$$\begin{vmatrix} 3 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

2.

$$\begin{vmatrix} 3 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 5 & 1 & -1 \end{vmatrix}$$

3.

$$\begin{vmatrix} 4 & 1 \\ -3 & 2 \end{vmatrix}$$

Problema 19 Resolver los siguientes determinantes

$$1. \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$2. \begin{vmatrix} -5 & 1 \\ 1 & -8 \end{vmatrix}$$

$$3. \begin{vmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 7 \end{vmatrix}$$

$$4. \begin{vmatrix} -3 & -1 \\ 0 & 4 \end{vmatrix}$$

$$5. \begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \end{vmatrix}$$

$$6. \begin{vmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 1 & 6 & -1 \end{vmatrix}$$

$$7. \begin{vmatrix} 0 & 9 & -1 \\ 3 & 1 & 1 \\ 1 & 5 & 0 \end{vmatrix}$$

$$8. \begin{vmatrix} 7 & 3 & -2 \\ 1 & 0 & 2 \\ 3 & 6 & 0 \end{vmatrix}$$

$$9. \begin{vmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{vmatrix}$$

$$10. \begin{vmatrix} 3 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$11. \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 0 & -1 \end{vmatrix}$$

$$12. \begin{vmatrix} -1 & 2 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

$$13. \begin{vmatrix} 3 & -1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 3 & 2 \end{vmatrix}$$

$$14. \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ -2 & 1 & 0 & 2 \end{vmatrix}$$

$$15. \begin{vmatrix} 3 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$16. \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$17. \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 5 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$18. \begin{vmatrix} 3 & 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \\ 5 & 2 & 0 & 3 \\ -1 & 2 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$19. \begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & -1 & 2 & 2 \\ 4 & 0 & 4 & 4 \\ -3 & 1 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

Problema 20 Calcular el rango de las siguientes matrices:

$$1. \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$2. \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$3. \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 & 3 \\ 3 & -1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$4. \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & -1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$5. \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & -1 \\ 4 & 0 & 5 & 1 \end{pmatrix}$$

$$6. \begin{pmatrix} 4 & -3 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$7. \begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$8. \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 3 \\ 3 & 0 & -3 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix}$$

$$9. \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 2 \\ 3 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$10. \begin{pmatrix} 4 & 3 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$11. \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 4 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$12. \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 & 1 \\ -3 & -6 & -3 & -3 \end{pmatrix}$$

Problema 21 Calcular el rango de las siguientes matrices según los valores que tome el parámetro m :

$$1. \begin{pmatrix} m & 0 & -m & 2 \\ -2 & 1 & -1 & m-1 \\ -1 & m & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$2. \begin{pmatrix} m & 2 & 0 & 1 \\ -1 & 3 & m & m \\ -m & 13 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$3. \begin{pmatrix} m & 0 & -1 & m \\ m & m-1 & 0 & -2 \\ -1 & -3 & -1 & 4m \end{pmatrix}$$

$$4. \begin{pmatrix} 1 & 0 & m & -1 \\ m & 1 & -1 & 3 \\ m & m & -6 & 8 \end{pmatrix}$$

$$5. \begin{pmatrix} 2 & m & 0 & m \\ m & -1 & 3 & 0 \\ 7 & -1 & 9 & m+1 \end{pmatrix}$$

$$6. \begin{pmatrix} -m & 2 & m & 0 \\ 1 & 3 & -m & 2 \\ m & 8 & -1 & 4 \end{pmatrix}$$

$$7. \begin{pmatrix} 3 & m & -m & 0 \\ m & 2 & 0 & m \\ 0 & 5 & m & 3 \end{pmatrix}$$

$$8. \begin{pmatrix} m & -1 & -m & 1 \\ 1 & -m & -1 & 1 \\ m+1 & -2 & -2 & 2m \end{pmatrix}$$

Problema 22 Sea la matriz

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 & a \\ -a & 2a & 0 & a \\ -1 & 2 & 1-a & -1 \end{pmatrix}$$

Calcular el rango de A para los diferentes valores de a .

Problema 23 Sean $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ tres matrices de orden dos, resolver las siguientes ecuaciones matriciales:

1. $AX = B$ y $XA = B$
2. $AXA^{-1} = B$
3. $AX - BX = C$
4. $AX - X = B$
5. $AX + BX = CX + I$
6. $XA - X = B$

7. $X - I = BX + CX$
8. $2AX - X = B$
9. $2X - BX = C$
10. $\frac{1}{2}X - 2X = AX + B$

Problema 24 Resuelve la ecuación matricial $AX - B + C = 0$ donde:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & -1 \\ -2 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & -3 & 0 \end{pmatrix}$$

Problema 25 Razonar si se cumplen las siguientes igualdades:

1. $(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$
2. $(A + B)(A - B) = A^2 - B^2$

Problema 26 Encontrar todas las matrices X que cumplen $AX = XA$ donde:

1. $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$
2. $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
3. $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$
4. $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$
5. $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$
6. $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

Problema 27 Sean $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ dos matrices de orden dos, resolver las siguientes ecuaciones matriciales:

1. $AX - I = XB$
2. $AX + XB = I$

3. $XA - BX = 2I$

Problema 28 Encontrar todas las matrices de orden dos no nulas que cumplan que

$$AX = XA - 2I \quad \text{donde } A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

Problema 29 Encontrar todas las matrices de orden dos no nulas que cumplan que

$$AX = XA \quad \text{donde } A = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Problema 30 Utilizando las propiedades de los determinantes:

1. Demuestra que: $\begin{vmatrix} a-b-c & 2a & 2a \\ 2b & b-c-a & 2b \\ 2c & 2c & c-a-b \end{vmatrix} = (a+b+c)^3$

2. Calcula el valor de $\begin{vmatrix} x & a & a & a \\ a & x & a & a \\ a & a & x & a \\ a & a & a & x \end{vmatrix}$

3. Halla en función de a $\begin{vmatrix} a & -a & -1 & -1 \\ 1 & a & 1 & 1 \\ 1 & 1 & a & 0 \\ 0 & -1 & -1 & a \end{vmatrix}$

4. Demuestra que: $\begin{vmatrix} a & a & a & a \\ a & b & b & b \\ a & b & c & c \\ a & b & c & d \end{vmatrix} = a(b-a)(c-b)(d-c)$

5. Resuelve la ecuación: $\begin{vmatrix} -x & 1 & 0 & 1 \\ 1 & -x & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -x & 1 \\ 1 & 0 & 1 & -x \end{vmatrix} = 0$

6. Calcula dando el resultado factorizado de $\begin{vmatrix} a & 1 & 0 & 1 \\ 1 & a & 1 & 0 \\ 0 & 1 & a & 1 \\ 1 & 0 & 1 & a \end{vmatrix}$

7. Halla, en función de a : $\begin{vmatrix} 1 & a^2 - 1 & a \\ 1 & 2a^2 - 2 & 2a - 1 \\ 1 & 0 & a^2 \end{vmatrix}$

8. Calcular $\begin{vmatrix} 2+a & b & c \\ a & 2+b & c \\ a & b & 2+c \end{vmatrix}$

9. Comprobar la identidad: $\begin{vmatrix} a^2 & ab & b^2 \\ 2a & a+b & 2b \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = (a-b)^3$

Problema 31 Calcular los valores de x para los que

$$\begin{vmatrix} x & x & 1-x & 1 \\ 1 & 0 & x & 1 \\ 1 & 1 & 0 & x \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

Problema 32 Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ y sea n un número natural cualquiera. Determinar el valor de A^n para cada n y halla $A^{350} - A^{250}$.

Problema 33 Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & a \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ e $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$,

se pide:

1. Hallar A^n para todo entero positivo n .
2. Calcular, si existe, la inversa de la matriz A y la de la matriz $I_3 + A$.

Problema 34 Discutir y resolver, siempre que sea posible, los siguientes sistemas de ecuaciones:

1.

$$\begin{cases} x- & 3y+ & z = & 1 \\ 2x+ & y+ & z = & 2 \\ 3x- & y- & z = & 0 \end{cases}$$

2.

$$\begin{cases} x+ & y- & 2z = & 0 \\ 3x- & y+ & z = & 1 \\ x- & 3y- & 3z = & 1 \end{cases}$$

3.

$$\begin{cases} x+ & y+ & z = & 1 \\ x- & 2y- & z = & -1 \\ 4x+ & y+ & 2z = & 7 \end{cases}$$

4.

$$\begin{cases} x- & y- & z = 0 \\ 2x+ & y+ & z = 3 \\ x- & y+ & z = 1 \end{cases}$$

5.

$$\begin{cases} 2x+ & y- & z = 1 \\ x+ & y+ & z = 4 \\ x+ & 2y+ & 4z = 9 \end{cases}$$

6.

$$\begin{cases} x+ & y+ & z = -2 \\ 3x+ & y- & z = 1 \\ x- & y- & 3z = 5 \end{cases}$$

7.

$$\begin{cases} x+ & y+ & 3z = 4 \\ -x+ & 2y+ & z = 1 \\ 2x+ & y- & z = 0 \end{cases}$$

8.

$$\begin{cases} -x- & y+ & 2z = -1 \\ x+ & y+ & z = 3 \\ 2x+ & 2y+ & 5z = 8 \end{cases}$$

9.

$$\begin{cases} 2x- & y- & z = 0 \\ x+ & y+ & 2z = 4 \\ -x+ & 5y+ & 8z = 5 \end{cases}$$

Problema 35 Estudia la compatibilidad del siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 2x- & y+ & 3z = 1 \\ -x+ & y- & z = 2 \\ x+ & y+ & 3z = 3 \end{cases}$$

Problema 36 Estudia la compatibilidad del siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x+ & y- & z = 3 \\ -x+ & 2y- & z = 1 \\ 2x- & y+ & z = 2 \\ -x+ & 5y- & 5z = 5 \end{cases}$$

Problema 37 Estudia la compatibilidad del siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 3x - 4y + z = 1 \\ -x + 2y - z = 3 \\ x - - z = 7 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

Problema 38 Estudia la compatibilidad del siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x - 2y = 3 \\ -x + 3y = -1 \\ -x + 6z = 2 \\ x - y = 5 \end{cases}$$

Problema 39 Resuelve estos sistemas, aplicando la regla de Cramer:

1.

$$\begin{cases} -x + 4y = -6 \\ 2x - 3y = 7 \end{cases}$$

2.

$$\begin{cases} x - 2y + z = -3 \\ 2x + 3y - z = 3 \\ x - y + 3z = 6 \end{cases}$$

Problema 40 Resuelve estos sistemas, aplicando la regla de Cramer:

1.

$$\begin{cases} -x + 3y = -5 \\ x + y = 1 \end{cases}$$

2.

$$\begin{cases} -x + 2y - z = 0 \\ x - 3y + z = -3 \\ 2x + y - z = 1 \end{cases}$$

Problema 41 Discute, y resuelve cuando sea posible, el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} ax + y = a \\ (a + 1)x + 2y + z = a + 3 \\ 2y + z = 2 \end{cases}$$

Problema 42 Discutir según el valor del parámetro real a el sistema lineal

$$\begin{cases} 3x - ay + z = 1 \\ 3x - y + z = a \\ x + y + 2z = 0 \end{cases}$$

y resolverlo en los casos en que tenga infinitas soluciones.

Problema 43 Discutir el sistema

$$\begin{cases} ax - y + z = 0 \\ x + y + az = 3 \\ -x + y = 1 \end{cases}$$

según los valores del parámetro a . Resolverlo en los casos en que admita infinitas soluciones.

Problema 44 Clasifica el siguiente sistema de ecuaciones según los valores del parámetro λ :

$$\begin{cases} (1 + \lambda)x + y + z = 1 \\ x + (1 + \lambda)y + z = \lambda \\ x + y + (1 + \lambda)z = \lambda^2 \end{cases}$$

Problema 45 Discute y resuelve el siguiente sistema, según los valores del parámetro m :

$$\begin{cases} mx + y + z = 2 \\ x + my = 1 \\ x + my + mz = 1 \end{cases}$$

Problema 46 Se considera el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} x - y + mz = 1 \\ mx + y + z = m \\ (m - 1)y - z = 0 \end{cases}$$

1. Discutirlo para los distintos valores de m .
2. Resolverlo para el caso en el que tenga infinitas soluciones.
3. En cada uno de los casos del primer apartado, dé una interpretación geométrica del sistema.

Problema 47 Se considera el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} 2x + my + 3z = -m \\ -mx + \quad + mz = 2 \\ \quad my + z = -3 \end{cases}$$

1. Discutirlo para los distintos valores de m .
2. Resolverlo para el caso en el que tenga infinitas soluciones.
3. En cada uno de los casos del primer apartado, dé una interpretación geométrica del sistema.

Problema 48 Sea el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} x + my - z = m \\ 2mx + y - mz = 1 \\ x + 2my - z = m \end{cases}$$

Se pide:

1. Discutir el sistema para los diferentes valores de m .
2. Resolverlo para el caso en el que tenga infinitas soluciones.
3. Resolver el sistema para $m = 3$