Examen de Matemáticas 2ºBachillerato(CS)

Noviembre 2026

Problema 1 (4 puntos)

a) (2 puntos) Se consideran las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

a.1 (0,5 puntos) ¿Es la matriz B invertible?

a.2 (1,5 puntos) Resuelve la ecuación matricial $BX - A = A^2$.

b) (2 puntos) Se considera el siguiente sistema lineal dependiente del parámetro real k

$$\begin{cases} x - 3y + z = 0 \\ x - ky - 3z = 0 \\ 5x - z = 0 \end{cases}$$

b.1 (1 punto) Discute el sistema para los distintos valores de k.

b.2 (1 punto) Resuelve el sistema en los casos que sea posible.

Solución:

a) a.1 $|B| = 2 \neq 0 \Longrightarrow \exists B^{-1} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 6 & 0 & -4 \\ 1 & 1 & -1 \\ -2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

a.2 $BX - A = A^2 \Longrightarrow BX = A^2 + A \Longrightarrow X = B^{-1}A(A+I) =$
$\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 6 & 0 & -4 \\ 1 & 1 & -1 \\ -2 & 0 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}\left[\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\right] =$
$\begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 \\ 0 & 1/2 & 1/2 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 3 \\ 0 & 1/2 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}$

b) Se trata de un sistema homogéneo, luego siempre será compatible.

b.1 $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 1 & -k & -3 \\ 5 & 0 & -1 \end{pmatrix} \Longrightarrow |A| = 42 - 6k = 0 \Longrightarrow k = -7$

☛ Si $k \in \mathbb{R} - \{-7\} \Longrightarrow |A| \neq 0 \Longrightarrow$Rango$(A) = 3 =$ número de incógnitas y el sistema es compatible determinado. Como la solución es única tiene que ser la trivial $x = y = z = 0$.

- ☛ Si $k = -7 \Longrightarrow |A| = 0$ y $\begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 5 & 0 \end{vmatrix} = 15 \neq 0 \Longrightarrow \text{Rango}(A) = 2 <$ número de incógnitas y el sistema es compatible indeterminado (infinitas soluciones)

b.2 ☛ Si $k \in \mathbb{R} - \{-7\} \Longrightarrow$ (como se vimos en el apartado anterior) $x = y = z = 0$.

☛ Si $k = -7 \Longrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x - 3y + z = 0 \\ 5x - z = 0 \end{array} \right. \Longrightarrow \left\{ \begin{array}{ll} x = \lambda & \\ y = 2\lambda & \forall \lambda \in \mathbb{R} \\ z = 5\lambda & \end{array} \right.$

www.musat.net