Examen de Matemáticas 2ºBachillerato(CS)

Noviembre 2026

Problema 1 a) (2 puntos) Para celebrar el cumpleaños de Bruno, Carmen quiere invitar a merendar a sus amigos en la Pizzería La Romana. Esta pizzería ofrece tres tipos de pizzas: de base fina, de base gruesa y de base rellena de queso. El precio de la pizza de base rellena de queso es 2 euros más que el de las otras dos juntas. Si encarga 6 pizzas de base gruesa se gasta lo mismo que encargando 4 pizzas de base rellena de queso. Y si pide 3 pizzas de base fina, 3 de base gruesa y 7 de base rellena de queso se gastarán 204 euros.

a.1 (1 punto) Plantee el sistema de ecuaciones que le permita averiguar a Carmen cuánto cuesta cada tipo de pizza.

a.2 (1 punto) Resuelva razonadamente el sistema planteado.

b) (2 puntos) Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & m & 3 \\ 1 & 1 & 2-m \end{pmatrix}, \; B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & m \end{pmatrix}$$

b.1 (1 punto) Estudie el rango de A dependiendo del valor de m.

b.2 (1 punto) Para $m = -1$, resuelva $AX = B^t$.

Solución:

a) Sean x precio de una pizza de base fina, y de base gruesa y z rellena de queso.

a.1 $$\begin{cases} z = 2 + x + y \\ 6y = 4z \\ 3x + 3y + 7z = 204 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x + y - z = -2 \\ 3y - 2z = 0 \\ 3x + 3y + 7z = 204 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x = 5\,€ \\ y = 14\,€ \\ z = 21\,€ \end{cases}$$

a.2 Resolvemos por Gauss:

$$\overline{A} = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & -2 \\ 0 & 3 & -2 & 0 \\ 3 & 3 & 7 & 204 \end{array}\right) = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 - 3F_1 \end{bmatrix} = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & -2 \\ 0 & 3 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 210 \end{array}\right) \Longrightarrow$$

Sistema compatible determinado (solución única)

$$\begin{cases} 10z = 210 \Longrightarrow z = 21 \\ 3y - 42 = 0 \Longrightarrow y = 14 \\ x + 14 - 21 = -2 \Longrightarrow x = 5 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 14 \\ z = 21 \end{cases}$$

El precio de una pizza de base fina es 5€, el de una de base gruesa es 14€ y el de una rellena de queso es 21€.

b) b.1 $|A| = m(1-m) = 0 \Longrightarrow m = 0$ y $m = 1$:

☛ Si $m \in \mathbb{R} - \{0, 1\} \Longrightarrow |A| \neq 0 \Longrightarrow \text{Rango}(A) = 3$.

☛ Si $m = 0$ o $m = 1 \Longrightarrow |A| = 0$ y el menor $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 1 \neq 0 \Longrightarrow \text{Rango}(A) = 2$.

b.2 Si $m = -1 \Longrightarrow |A| = -2 \neq 0 \Longrightarrow \exists A^{-1} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 6 & 1 & -5 \\ 0 & -1 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

$$AX = B^t \Longrightarrow X = A^{-1}B^t = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 6 & 1 & -5 \\ 0 & -1 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Problema 2 Una empresa fabrica dos modelos de patinetes eléctricos ($P1$ y $P2$), en tres plantas de producción (A, B y C).

Considere las matrices: $M = \begin{pmatrix} 150 & 100 \\ 65 & 55 \\ 85 & 70 \end{pmatrix}$, $P = \begin{pmatrix} 250 \\ 325 \end{pmatrix}$ y $H = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

La matriz M recoge información sobre el número de unidades de cada modelo fabricado en cada planta de producción. La matriz P contiene el precio unitario de venta (en euros) de cada modelo de patinete, $P1$ y $P2$, respectivamente.

a) Indique la dimensión de la matriz M. Interprete el significado de su elemento a_{21}.

b) Calcule la matriz $H \cdot M$. Indique su dimensión y explique qué representan sus elementos en el contexto del problema.

c) Calcule, realizando la operación matricial necesaria, la matriz que refleje, para cada planta de producción, el ingreso obtenido por las ventas de ambos modelos de patinetes. ¿Qué planta es la que obtiene un menor ingreso y cuánto dinero ingresa?

Solución:

a) Tenemos

	$P1$	$P2$
A	150	100
B	65	55
C	85	70

$\Longrightarrow a_{21} = 65 \Longrightarrow$ en la planta B se hacen 65 patinetes $P1$.

b) $H \cdot M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 150 & 100 \\ 65 & 55 \\ 85 & 70 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 300 & 225 \end{pmatrix} \Longrightarrow$ 300 patinetes $P1$ y 225 $P2$ (Totales)

c) $M \cdot P = \begin{pmatrix} 150 & 100 \\ 65 & 55 \\ 85 & 70 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 250 \\ 325 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 70000 \\ 34125 \\ 44000 \end{pmatrix} \Longrightarrow \begin{cases} 70000\,€ \text{ planta de producción } A \\ 34125\,€ \text{ planta de producción } B \\ 44000\,€ \text{ planta de producción } C \end{cases}$

El menor ingreso se ha producido en la planta B con 34125€.