Examen de Matemáticas 2ºBachillerato(CN)

Febrero 2027

Problema 1 Responda a una de las dos preguntas siguientes a o b:

a) Sean las rectas $r_1 \equiv (x.y, z) = (1 + t, 1, 0)$ y $r_2 \equiv (x, y, z) = (1 + s, s, 0)$, $t, s \in \mathbb{R}$.

a.1. Estudie la posición relativa de las rectas r_1 y r_2.

a.2. Halle una recta r_3 tal que las intersecciones de r_1, r_2 y r_3 formen un triángulo rectángulo, cuya hipotenusa está contenida en r_2 y tenga longitud $\sqrt{2}$.

b) Se consideran el punto $P(1, 2, 1)$ y el plano de ecuación $2x - 2y + z = 1$. Se traza un cubo con una cara en el plano y un vértice en el punto P.

b.1. Determine la longitud del lado de dicho cubo y su volumen.

b.2. Halle otro vértice del cubo.

Problema 2 Responda a una de las dos preguntas siguientes a o b:

a) Sean la recta $r \equiv (x, y, z) = (1+t, 1+t, 1+t)$ $t \in \mathbb{R}$, y el plano $\pi \equiv x+y+z = 0$.

a.1. Determine la posición relativa de la recta r y el plano π.

a.2. Halle los puntos de la recta r que se encuentran a distancia $\sqrt{3}$ del plano π.

b) Sea la recta $r \equiv (x, y, z) = (t, 1, t)$, $t \in \mathbb{R}$. Se pide:

b.1. Hallar dos planos que se corten en la recta r, que formen entre sí un ángulo de 90° y uno de ellos pase por el punto $(0, 0, 1)$.

b.2. Justificar que todas las rectas contenidas en los dos planos obtenidos en el apartado anterior que no tienen puntos en común con la recta r son necesariamente paralelas entre sí.

Problema 3 Resuelva solo uno de los apartados a o b siguientes:

a) a.1 Sean $\pi_1 : mx + y - z = m - 2$, $\pi_2 : x + y + 2z = 0$ y $\pi_3 : 3x + my + z = m - 2$ tres planos. Estudie su posición relativa en función del parámetro m.

a.2 En el caso de que sean secantes en un punto, ¿podrán tener ese punto las dos primeras coordenadas diferentes?

b) b.1 Considera el triángulo de vértices $A(0, 0, 0)$, $B(2, 4, 0)$ y $C(5, 0, 0)$. Utilizando productos vectoriales, calcula su área, y comprueba el resultado mediante otro método.

b.2 Calcule la distancia del punto $P(2, 4, 2)$ al plano que pasa por los puntos $A(0, 0, 0)$, $C(5, 0, 0)$ y $D(0, 0, 3)$.