Examen de Matemáticas 2ºBachillerato(CN)

Diciembre 2026

Problema 1 Sean los vectores $\overrightarrow{u} = (m, 3, -1)$, $\overrightarrow{v} = (2, m, m)$ y $\overrightarrow{w} = (3m + 1, -3, 5)$. Calcular m de forma que los vectores sean linealmente dependientes.

Solución:

$$\begin{vmatrix} m & 3 & -1 \\ 2 & m & m \\ 3m+1 & -3 & 5 \end{vmatrix} = 4(5m^2 + m - 6) = 0 \Longrightarrow m = 1,\ m = -\frac{5}{6}$$

Si $m = 1$ o $m = -\frac{5}{6}$ los vectores $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ y $\overrightarrow{w}$ son linealmente dependientes.

Problema 2 Se pide:

a) Calcular m para que los vectores $\overrightarrow{u} = (-m, 7, m - 2)$ y $\overrightarrow{v} = (3, m, -5)$ sean perpendiculares.

b) Encontrar un vector perpendicular a $\overrightarrow{u} = (1, -1, 3)$ y a $\overrightarrow{v} = (1, 0, 2)$ que tenga módulo 5.

c) Decidir si los vectores $\overrightarrow{u} = (1, -4, 2)$ y $\overrightarrow{v} = (4, 0, -2)$ son perpendiculares.

Solución:

a) $\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v} = -3m + 7m - 5m + 10 = 0 \Longrightarrow m = 10$

b)

$$\overrightarrow{w} = \begin{vmatrix} \overrightarrow{i} & \overrightarrow{j} & \overrightarrow{k} \\ 1 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \end{vmatrix} = (-2, 1, 1) \Longrightarrow |\overrightarrow{w}| = \sqrt{6}$$

$$\overrightarrow{t} = \frac{5}{\sqrt{6}}(-2, 1, 1) = \left(-\frac{5\sqrt{6}}{3}, -\frac{5\sqrt{6}}{6}, \frac{5\sqrt{6}}{6}\right)$$

c) $\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v} = 4 - 0 - 4 = 0 \Longrightarrow \overrightarrow{u} \perp \overrightarrow{v}$

Problema 3 Sean los vectores $\overrightarrow{u} = (2, 0, 1)$, $\overrightarrow{v} = (2, 1, -1)$ y $\overrightarrow{w} = (1, 1, 0)$. Calcular:

a) Volumen de paralelepípedo que determinan.

b) Área de la base determinada por los vectores $\overrightarrow{u}$ y $\overrightarrow{v}$, y la altura del paralelogramo sobre el vector $\overrightarrow{v}$.

www.yoquieroaprobar.es

c) Altura del paralelepípedo.

d) Volumen del tetraedro que determinan.

e) Área de la base del tetraedro determinada por los vectores $\overrightarrow{u}$ y $\overrightarrow{v}$, y la altura del triángulo sobre el vector $\overrightarrow{v}$.

f) Altura del tetraedro.

Solución:

a)

$$V_p = |\begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}| = |3| = 3\ u^3$$

b)

$$S_p = |\overrightarrow{u} \times \overrightarrow{v}| = |\begin{vmatrix} \overrightarrow{i} & \overrightarrow{j} & \overrightarrow{k} \\ 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \end{vmatrix}| = |(-1, 4, 2)| = \sqrt{21}\ u^2$$

$$S_p = |\overrightarrow{v}| \cdot h_p \Longrightarrow h_p = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{21}} = \frac{\sqrt{14}}{7}\ u$$

c)

$$V_p = S_p \cdot H_p \Longrightarrow H_p = \frac{V_p}{S_p} = \frac{3}{\sqrt{21}} = \frac{\sqrt{21}}{7}\ u$$

d)

$$V_T = \frac{1}{6}V_p = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}\ u^3$$

e)

$$S_t = \frac{1}{2}S_p = \frac{\sqrt{21}}{2}\ u^2,\ \ h_t = h_p = \frac{\sqrt{14}}{7}\ u$$

f)

$$H_t = H_p = \frac{\sqrt{21}}{7}\ u$$

Problema 4 Sean los puntos $A(-2, 0, -1)$, $B(2, 3, 2)$ y $C(4, 0, 5)$ tres vértices consecutivos de un paralelogramo. Se pide:

a) Encontrar el 4^{o} vértice D.

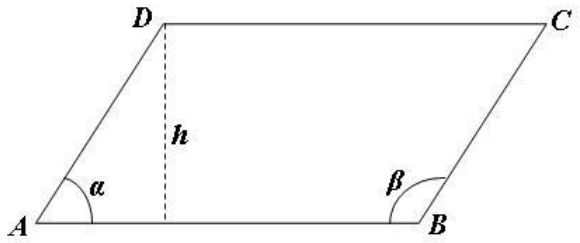
b) Calcular la longitud de sus lados.

c) Calcular sus ángulos y su centro.

d) Calcular el punto simétrico de A respecto de C.

e) Dividir el segmento $\overline{AC}$ en tres partes iguales.

Solución



a) $D = A + \overrightarrow{BC} = (-2, 0, -1) + (2, -3, 3) = (0, -3, 2)$.

b) $|\overrightarrow{AB}| = |(4, 3, 3)| = \sqrt{34}$ y $|\overrightarrow{AD}| = |(2, -3, 3)| = \sqrt{22}$

c)

$$\cos\alpha = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AD}|} = \frac{8}{\sqrt{34} \cdot \sqrt{22}} \Longrightarrow \alpha = 72°59'30'' \text{ y } \beta = 107°0'30''$$

El centro es $M\,(1, 0, 2)$

d) $C = \dfrac{A + A'}{2} \Longrightarrow A' = 2C - A = (10, 0, 11)$

e)

$$\overrightarrow{u} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} = \frac{1}{3}\,(6, 0, 6) = (2, 0, 2)$$

$$A_1 = A + \overrightarrow{u} = (-2, 0, -1) + (2, 0, 2) = (0, 0, 1)$$

$$A_2 = A_1 + \overrightarrow{u} = (0, 0, 1) + (2, 0, 2) = (2, 0, 3)$$

$$C = A_3 = A_2 + \overrightarrow{u} = (2, 0, 3) + (2, 0, 2) = (4, 0, 5)$$

www.yoquieroaprobar.es