Examen de Matemáticas 2ºBachillerato(CN)

Noviembre 2026

Problema 1 (5 puntos)

a) El estado tensional en un punto de un sólido elástico se define a partir de una matriz cuadrada T de orden 3. El vector tensión en la dirección de $v = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ viene dado por $u = Tv$. Para

$$T = \begin{pmatrix} 2 & m & 0 \\ m & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ y } u = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix},$$

Se pide:

a.1 (1 punto) Discutir el sistema de ecuaciones lineales $Tv = u$ en función del parámetro real m.

a.2 (0,75 puntos) Resolver el sistema $Tv = u$ para $m = -1$.

a.3 (0,75 puntos) Se llaman tensiones principales de T a los valores reales α tales que $\det(T - \alpha I) = 0$, siendo I la matriz identidad. Calcular las tensiones principales para $m = 2$.

b) Responda a todos los subapartados siguientes:
Decimos que una matriz cuadrada es ortogonal cuando su matriz inversa coincide con su matriz transpuesta. Se pide:

b.1 (0,75 puntos) Comprobar que para todo valor real α la matriz

$$A = \begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}$$

es ortogonal.

b.2 (0,75 puntos) Determinar los valores de a y b para que la matriz

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & a \\ 0 & 1 & 0 \\ b & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

sea ortogonal. ¿Cuántas matrices ortogonales de esta forma existen?

b.3 (1 punto) Resuelve la ecuación matricial con incógnita X

$$BX + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

donde B es una matriz ortogonal como la del apartado anterior.

Problema 2 (2,5 puntos) Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} a & 3 \\ b & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

a) (1,5 puntos) Determina a y b para que $A^2 = 4I$, donde I es la matriz identidad de orden 2.

b) (1 punto) Para $a = -1$ y $b = 1$, calcula, si es posible, la matriz X que cumple $A^2X = B^t$.

Problema 3 (2,5 puntos)

Considera el sistema $\begin{pmatrix} 5 & -2 & -3 \\ 2 & 0 & -2 \\ 3 & -2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = m \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$.

a) (1,75 puntos) Determina los valores de m para los que el sistema es compatible indeterminado.

b) (0,25 punto) Resuelve el sistema, si es posible, para $m = 2$.

www.matesalmenara.es