Examen de Matemáticas 2ºBachillerato(CN)

Noviembre 2026

Problema 1 Dado $a \neq 0$, se tiene el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x + ay = 1 \\ x + ay + z = a \\ (a-2)x + ay + (a-1)z = a + 2 \end{cases}$$

a) (1 punto) Encuentra un valor de a para el que el sistema dado tiene más de una solución.

b) (1 punto) Encuentra todas las soluciones del sistema para el valor de a del apartado anterior.

Problema 2 Una central lechera recoge leche de tres productores locales, A, B y C. El productor A lleva su leche en recipientes de 10 litros y se le paga a 5 € por cada recipiente. La productora B utiliza recipientes de 15 litros y recibe 9 € por cada recipiente. Por último, la productora C aporta recipientes de 12 litros y se le paga a 4 € por cada uno. En la última semana, se han recogido un total de 612 litros de leche, en 48 recipientes y se debe pagar en total 304 €, a repartir entre los tres ganaderos.

a) (1 punto) Plantea el sistema de ecuaciones que modeliza la situación descrita.

b) (1 punto) ¿Cuánto se debe pagar a cada productor por la leche que ha llevado a la central la última semana?

Problema 3 a) Responda a todos los subapartados siguientes:

Una empresa de ingeniería estructural está diseñando un sistema de soporte para un edificio que depende de un parámetro real m relacionado con la resistencia de uno de los materiales empleados. Para garantizar la estabilidad de la estructura, es necesario analizar una matriz que representa las relaciones entre fuerzas internas y externas en los puntos de unión de la estructura.

Para este análisis, se considera la siguiente matriz de rigidez

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & m \\ m & 0 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

donde m representa el coeficiente de resistencia ajustable del material en uno de los puntos de unión.

Asimismo, se cuenta con un vector de cargas externas y un vector de desplazamientos iniciales:

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \end{pmatrix} \qquad F = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

La estabilidad y respuesta de la estructura dependen de las propiedades de la matriz D y de su relación con los vectores E y F. Se pide:

a.1 (0,5 puntos) Determinar para qué valores de m la matriz D es invertible, es decir, cuándo la estructura es estable.

a.2 (0,5 puntos) Si la estabilidad del sistema dependiera de que la matriz D^2 fuera invertible, explica razonadamente si hay algún valor de m que ponga en riesgo la estabilidad del sistema sin necesidad de resolver toda la ecuación matricial.

a.3 (0,5 puntos) Calcular las matrices EF y $(FE)^t$, si existen.

a.4 (1 punto) Resolver, para $m = 0$, la ecuación matricial con incógnita X:

$$\frac{1}{2}X + D = D^{-1}.$$

b) Responda a todos los subapartados siguientes:

Dada $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & m+1 \\ 0 & 1 & m \\ m-1 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ y $b = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 3m \end{pmatrix}$.

b.1 (1 punto) Discutir el sistema de ecuaciones $Ax = b$ en función del parámetro real m.

b.2 (0,75 puntos) Calcular, si existe, la solución para $m = 0$.

b.3 (0,75 puntos) Hallar la solución en el caso en que el sistema tenga infinitas soluciones.

www.mates.cat