Examen de Matemáticas 2ºBachillerato(CS)
Marzo 2026

Problema 1 (2,5 puntos) Trinidad, una persona ahorradora, deposita 5000 € en un fondo de inversión y el capital final que obtiene cuando transcurren t años viene dado por la siguiente función:

$$f(t) = \begin{cases} 5000 \cdot (1 + 0,05t) & \text{si} \quad 0 \le t \le 1 \\ 5000 \cdot 1,05^t & \text{si} \quad t > 1 \end{cases}$$

a) (0,75 puntos) ¿Cuánto tiempo debe mantener invertido el dinero si el capital final que se obtiene es de 5931,10 €?

b) (0,5 puntos) Calcule los intereses que obtiene Trinidad entre el año 2 y el año 4, si se conoce que los intereses que genera esta inversión entre el año t_1 y el año t_2 vienen dados por $I = f(t_2) - f(t_1)$.

c) (0,75 puntos) Estudie la continuidad y derivabilidad de la función f.

d) (0,5 puntos) Estudie la monotonía de la función f y esboce su gráfica.

Solución:

a) $f(t) = \begin{cases} 5000 \cdot (1 + 0,05t) = 5931,10 \Longrightarrow t = 3,72 \text{ no válida} & \text{si} \quad 0 \le t \le 1 \\ 5000 \cdot 1,05^t = 5931,10 \Longrightarrow t = 3,5 & \text{si} \quad t > 1 \end{cases}$

$5000 \cdot 1,05^t = 5931,10 \Longrightarrow 1,05^t = \dfrac{5931,10}{5000} = 1,18622 \Longrightarrow t \ln 1,05 = \ln 1,18622 \Longrightarrow$

$t = \dfrac{\ln 1,18622}{\ln 1,5} = 3,5$. Luego $t = 3,5$ años.

b) $I = F(4) - f(2) = 5000 \cdot 1,05^4 - 5000 \cdot 1,05^2 = 565,03125$ €

c) Las ramas son polinomios y potencias, por tanto continuas y derivables. Analizaremos en el punto $t = 1$.

- Continuidad en $t = 1$:

$$\left\{ \begin{array}{l} \lim\limits_{t \to 1^-} f(t) = \lim\limits_{t \to 1} 5000 \cdot (1 + 0,05t) = 5250 \\ \lim\limits_{t \to 1^+} f(t) = \lim\limits_{t \to 1} 5000 \cdot 1,05^t = 5250 \\ f(1) = 5250 \end{array} \right. \xrightarrow{\lim\limits_{t \to 1^-} f(t) = \lim\limits_{t \to 1^+} f(t) = f(1)}$$

f es continua en $t = 1 \Longrightarrow f$ continua en el intervalo $[0, \infty)$

- ☛ Derivabilidad en $t = 1$:

$$f'(t) = \begin{cases} 250 & \text{si} \quad 0 < t < 1 \\ 5000 \cdot \ln 1,05 \cdot 1,05^t & \text{si} \quad t > 1 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} f'(1^-) = 250 \\ f'(1^+) = 256,14 \end{cases} \xrightarrow{f'(1^-) \neq f'(1^+)}$$

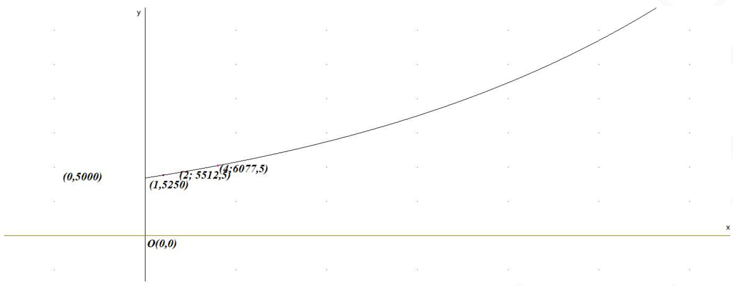
  La función f no es derivable en $t = 1$.

- ☛ La función es continua en $[0, \infty)$ y derivable en $(0, 1) \cup (1, \infty)$

d) $f'(t) = \begin{cases} 250 > 0 & \text{si} \quad 0 < t < 1 \\ 5000 \cdot \ln 1,05 \cdot 1,05^t > 0 & \text{si} \quad t > 1 \end{cases}$ Luego la función es creciente en todo el dominio de la función $[0, \infty)$

Tenemos: $f(0) = 5000$, $f(1) = 5250$, $f(2) = 5512,5$ y $f(4) = 6077,5$

Dibujamos la gráfica:



Problema 2 (2,5 puntos)

a) Un grupo de emprendedores valora crear una empresa y, para ello, ha encargado un estudio de mercado en el que se estima que los beneficios para los próximos 10 años, en millones de euros, vendrán dados por la función:

$$B(t) = \frac{3t}{t+2} - 1, \quad 0 \leq t \leq 10$$

donde t representa los años transcurridos desde la apertura de la empresa.

a.I (0,5 puntos) ¿En qué intervalo de tiempo la empresa no tendrá beneficios?

a.II (0,75 puntos) ¿En qué momento se alcanza el máximo beneficio y a cuánto asciende su valor?

a.III (0,75 puntos) ¿Cuánto tiempo ha de pasar para que la empresa obtenga un beneficio de 800000 €?

a.IV (0,5 puntos) Si la función de beneficios se mantuviera y transcurrieran los años de manera indefinida, ¿A qué valor tendería el beneficio de la empresa?

b) Las ventas de un producto (en miles de euros), en los 6 primeros años desde que se lanzó una campaña de publicidad, evolucionan de acuerdo con la siguiente función:

$$V(t) = 4t^3 - 24t^2 + 36t + 100, \quad 0 \leq t \leq 6$$

Siendo t el tiempo transcurrido en años.

b.I (1,25 puntos) Estudie el crecimiento y decrecimiento de las ventas a lo largo de los 6 años. Calcule los extremos.

b.II (0,5 puntos) Represente gráficamente la función V.

b.III (0,75 puntos) Calcule el área de la región limitada por la gráfica de V, la recta $t = 6$ y los ejes de coordenadas.

Solución:

a) $B(t) = \dfrac{3t}{t+2} - 1, \quad 0 \le t \le 10$

a.I $B(t) \le 0 \Longrightarrow \dfrac{3t}{t+2} - 1 \le 0 \Longrightarrow 3t < t + 2 \Longrightarrow 2t \le 2 \Longrightarrow t \le 1 \Longrightarrow$ la empresa no tendrá beneficios en el intervalo $[0, 1]$. Durante el primer año.

a.II $B'(t) = \dfrac{6}{(t+2)^2} > 0 \Longrightarrow B$ es creciente en todo el intervalo $[0, 10] \Longrightarrow$ el máximo absoluto es $B(10) = \dfrac{3}{2} = 1,5$ millones de euros el décimo año.

a.III $B(t) = 0,8 \Longrightarrow \dfrac{3t}{t+2} - 1 = 0,8 \Longrightarrow t = 3$ años. (El tercer año)

a.IV $\lim\limits_{t\to\infty} \left(\dfrac{3t}{t+2} - 1 \right) = 3 - 1 = 2$ millones de euros. A lo largo del tiempo el beneficio tendería a estabilizarse entorno a los 2 millones de euros.

b) $V(t) = 4t^3 - 24t^2 + 36t + 100, \quad 0 \le t \le 6$

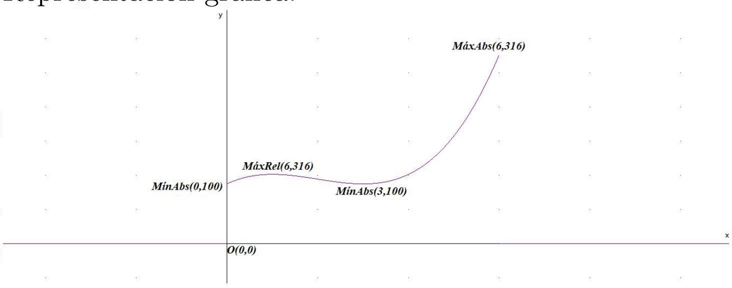
b.I $V'(t) = 12t^2 - 48t + 36 = 0 \Longrightarrow x = 1$ y $x = 3$

	$(0,1)$	$(1,3)$	$(3,6)$
$V'(t)$	$+$	$-$	$+$
$V(t)$	Creciente $\nearrow$	Decreciente $\searrow$	Creciente $\nearrow$

La función es creciente en el intervalo $(0, 1) \cup (3, 6)$ y decreciente en el $(1, 3)$. Tiene un mínimo realtivo en el punto $(3, 100)$ y un máximo relativo en el $(1, 116)$.

Tenemos $V(0) = 100$ y $V(6) = 316$, luego el máximo absoluto estaría en el punto $(6, 316)$ y el mínimo absoluto estaría en los puntos $(0, 100)$ y $(3, 100)$.

b.II Representación gráfica:



b.III A la vista de la gráfica anterior podemos hacer:

$$S = \int_0^6 (4t^3 - 24t^2 + 36t + 100)\, dt = t^4 - 8t^3 + 18t^2 + 100t\Big]_0^6 = 816\ u^2$$