Examen de Matemáticas 2ºBachillerato(CS)

Febrero 2026

Problema 1 (2,5 puntos) La cotización en bolsa de una empresa en un determinado día viene expresada, en euros, por la función $c(t)$, con $t \in [0, 24]$, medido en horas. La variación instantánea de esta función es la derivada de c, que viene dada por $c'(t) = 0,03t^2 - 0,9t + 6$, con $t \in (0, 24)$.

a) (1,25 puntos) Estudie los intervalos en los que la función c es creciente.

b) (0,5 puntos) Analice los puntos críticos de la función c, indicando en cuáles se alcanza el máximo y el mínimo relativos.

c) (0,75 puntos) Halle la expresión analítica de la función c, sabiendo que la cotización en bolsa de la empresa era de 50 euros en el instante inicial.

Solución:

a) $c'(t) = 0,03t^2 - 0,9t + 6 = 0 \Longrightarrow t = 10$ y $t = 20$.

	$(0,10)$	$(10,20)$	$(20,24)$
$c'(t)$	$+$	$-$	$+$
$c(t)$	creciente $\nearrow$	decreciente $\searrow$	creciente $\nearrow$

La función es creciente en el intervalo $(0,10) \cup (20,24)$
La función es decreciente en el intervalo $(10,20)$.

b) La función tiene un máximo relativo en $t = 10$ y un mínimo relativo en $t = 20$.

c) $c(t) = \int (0,03t^2 - 0,9t + 6)\, dt = 0,01t^3 + 0,45t^2 + 6t + C$
$c(0) = 50 \Longrightarrow 0 + C = 50 \Longrightarrow C = 50 \Longrightarrow c(t) = 0,01t^3 + 0,45t^2 + 6t + 50$

Problema 2 (2,5 puntos)

a) Un periódico digital ha publicado una noticia de última hora. El número de personas que han visto la noticia t horas después de su lanzamiento viene modelado por la función:

$$N(t) = 500000 \cdot \left(1 - e^{-0,2t}\right);\ t > 0$$

I. (0,8 puntos) Estudie la monotonía y curvatura de la función N.

II. (0,7 puntos) Represente gráficamente la función N y describa su tendencia a lo largo del tiempo.

III. (0,5 puntos) ¿Cuánto tiempo ha debido de pasar para que la noticia haya sido vista por 450000 personas?

IV. (0,5 puntos) La velocidad de difusión de la noticia (número de personas por hora que han visto la publicación) es $N'(t)$. ¿Qué conclusión se obtiene al comparar $N'(t)$ en los instantes $t = 1$ y $t = 10$?

b) A un paciente con diabetes se le monitoriza durante un día completo, suministrándole un medicamento a mediodía para observar su reacción. La función que aproxima la cantidad de glucosa en sangre (mg/dl) del paciente, en cada instante t (horas), es:

$$f(t) = \begin{cases} \dfrac{5}{6}\left(\dfrac{t^3}{3} - 12t^2 + 108t + 108\right) & \text{si} \quad 0 \le t \le 12 \\ t^2 - 40t + 546 & \text{si} \quad 12 < t \le 24 \end{cases}$$

I. (0,75 puntos) Halle en qué periodos de tiempo el nivel de glucosa va aumentando.

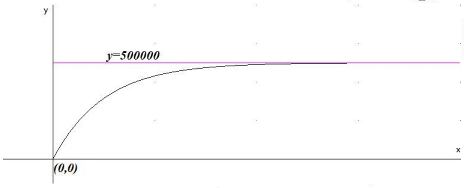
II. (1 punto) ¿En qué momentos del día el paciente tiene los niveles más alto y más bajo de glucosa en sangre y a cuánto ascienden?

III. (0,75 puntos) ¿En qué momentos, después del mediodía, el paciente tiene 155 (mg/dl)?

Solución:

a) I. $N'(t) = 100000 \cdot e^{-0,2t} > 0 \Longrightarrow N$ es creciente en $(0, \infty)$.
$N''(t) = -20000 \cdot e^{-0,2t} < 0 \Longrightarrow N$ es convexa $\frown$ en $(0, \infty)$.

II. $\lim\limits_{t\to\infty} 500000 \cdot \left(1 - e^{-0,2t}\right) = 500000$, luego el número de personas que han visto la noticia se estabiliza en el tiempo en 500000 personas.



III. $N(t) = 500000 \cdot \left(1 - e^{-0,2t}\right) = 450000 \Longrightarrow e^t = 100000 \Longrightarrow t = 5\ln 10 \simeq 11,51292546$ horas.

IV. $N'(1) = 100000 \cdot e^{-0,2} \simeq 81873$ y $N'(10) = 100000 \cdot e^{-2} \simeq 13533$ a medida que avanza el tiempo el número de personas, que ven la noticia por horas, es menor.

b) I. La función es continua en $t = 12$:

$$\begin{cases} \lim\limits_{t\to 12^-} f(t) = \lim\limits_{t\to 12} \dfrac{5}{6}\left(\dfrac{t^3}{3} - 12t^2 + 108t + 108\right) = 210 \\ \lim\limits_{t\to 12^+} f(t) = \lim\limits_{t\to 12} \left(t^2 - 40t + 546\right) = 210 \\ f(12) = 210 \end{cases} \xRightarrow{\lim\limits_{t\to 12^-} f(t) = \lim\limits_{t\to 12^+} f(t) = f(12)}$$

f es continua en $t = 12$ y por ser polinomios continua en el intervalo $[0, 24]$

$$f'(t) = 0 \Longrightarrow \begin{cases} \dfrac{5}{6}\left(t^2 - 24t + 108\right) = 0 \Longrightarrow t = 6 \;\; t = 18 \text{ (no válida)} & \text{si} \quad 0 \le t \le 12 \\ 2t - 40 \Longrightarrow t = 20 & \text{si} \quad 12 < t \le 24 \end{cases}$$

	$(0, 6)$	$(6, 12)$	$(12, 20)$	$(20, 24)$
$f'(t)$	$+$	$-$	$-$	$+$
$f(t)$	creciente $\nearrow$	decreciente $\searrow$	decreciente $\searrow$	creciente $\nearrow$

El nivel de glucosa es creciente entre las 0 y 6 horas y vuelve a crecer entre las 20 y 24 horas. El nivel de glucosa es decreciente entre las 6 y 20 horas.

II. Tenemos: $f(0) = 90$, $f(6) = 330$, $f(12) = 210$, $f(20) = 146$ y $f(24) = 162$
El nivel mínimo de glucosa se da a las 0 horas con 90 (mg/dl) y el valor máximo a las 6 horas con 330 (mg/dl).

III. $t^2 - 40t + 546 = 155 \Longrightarrow t^2 - 40t + 391 = 0 \Longrightarrow t = 17$ horas y a las $t = 23$ horas.