

Examen de Matemáticas 2º Bachillerato (CS)

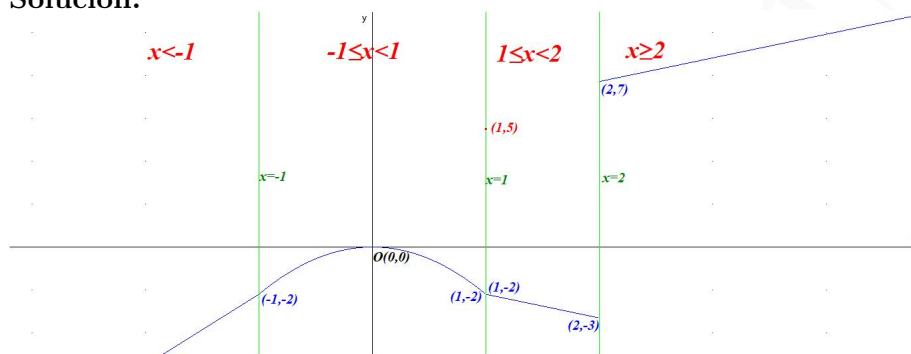
Febrero 2026

Problema 1 Estudiar la continuidad de la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} 3x + 1 & \text{si } x < -1 \\ -2x^2 & \text{si } -1 \leq x < 1 \\ 5 & \text{si } x = 1 \\ -x - 1 & \text{si } 1 < x < 2 \\ x + 5 & \text{si } 2 \leq x \end{cases}$$

en los puntos $x = -1$, $x = 1$ y en $x = 2$. Representarla gráficamente.

Solución:



En $x = -1$ es continua, en $x = 1$ hay una discontinuidad evitable (agujero), y en $x = 2$ es discontinua no evitable (salto).

Problema 2 Calcular a y b para que la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 - 2bx + 1 & \text{si } x < 1 \\ x^2 - bx - 2a & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

sea continua y derivable en $x = 1$.

Solución:

Continuidad en $x = 1$:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (ax^2 - 2bx + 1) = a - 2b + 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x^2 - bx - 2a) = 1 - b - 2a$$

$$a - 2b + 1 = 1 - b - 2a \implies 3a - b = 0$$

Derivabilidad en $x = 1$:

$$f'(x) = \begin{cases} 2ax - 2b & \text{si } x < 1 \\ 2x - b & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

$$f'(1^-) = 2a - 2b; \quad f'(1^+) = 2 - b \implies 2a - 2b = 2 - b \implies 2a - b = 2$$

$$\begin{cases} 3a - b = 0 \\ 2a - b = 2 \end{cases} \implies \begin{cases} a = -2 \\ b = -6 \end{cases}$$

Problema 3 Calcular a y b para que la función siguiente sea continua en $x = -1$ y en $x = 1$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-a}{3} & \text{si } x < -1 \\ 2x - 2a & \text{si } -1 \leq x < 1 \\ \frac{bx-1}{2} & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

Solución:

Continuidad en $x = -1$:

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x-a}{3} = \frac{-1-a}{3} \\ \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1} (2x - 2a) = -2 - 2a \end{cases} \implies \frac{-1-a}{3} = -2 - 2a \implies a = -1$$

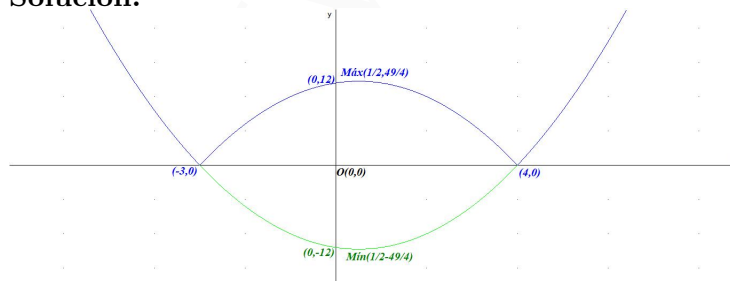
Continuidad en $x = 1$:

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} (2x - 2a) = 2 - 2a \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{bx-1}{2} = \frac{b-1}{2} \end{cases} \implies 2 - 2a = \frac{b-1}{2} \implies 4a + b = 5$$

$$\begin{cases} a = -5 \\ 4a + b = 5 \end{cases} \implies \begin{cases} a = -5 \\ b = 25 \end{cases}$$

Problema 4 Estudiar la continuidad y derivabilidad de la función $f(x) = |x^2 - x - 12|$ y representarla gráficamente.

Solución:



Hacemos $g(x) = x^2 - x - 12 \implies g'(x) = 2x - 1 = 0 \implies x = 1/2$:

x	y
0	-12
-3	0
4	0
1/2	-49/4

$g''(x) = 2 \implies g''\left(\frac{1}{2}\right) = 2 > 0 \implies$ por lo que hay un mínimo en el punto $\left(\frac{1}{2}, -\frac{49}{4}\right)$. La función valor absoluto convertirá la parte negativa de la curva en su simétrica positiva, por lo que el mínimo se convertirá en un máximo en el punto: $\left(\frac{1}{2}, \frac{49}{4}\right)$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - x - 12 & \text{si } x \leq -3 \\ -(x^2 - x - 12) & \text{si } -3 < x < 4 \\ x^2 - x - 12 & \text{si } 4 \leq x \end{cases}$$

f es continua en $x = -3$:

$$\lim_{x \rightarrow -5^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -3} (x^2 - x - 12) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -5^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -3} (-x^2 + x + 12) = 0$$

$$f(-3) = 0$$

y f es continua en $x = 4$

$$\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4} (-x^2 + x + 12) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4} (x^2 - x - 12) = 0$$

$$f(4) = 0$$

$$f'(x) = \begin{cases} 2x - 1 & \text{si } x < -3 \\ -2x + 1 & \text{si } -3 < x < 4 \\ 2x - 1 & \text{si } 4 < x \end{cases}$$

Derivabilidad en $x = -3$: $f'(-3^-) = -7$ y $f'(-3^+) = 7$, luego no es derivable en $x = -3$.

Derivabilidad en $x = 4$: $f'(4^-) = -7$ y $f'(4^+) = 7$, luego no es derivable en $x = 4$.

Resumiendo: La función es continua en \mathbb{R} y derivable en $\mathbb{R} - \{-3, 4\}$.

Problema 5 Dada la función $f(x) = x^3 - 2ax^2 + 2bx + c$, encontrar los valores de a , b y c sabiendo que la función pasa por el punto $(0, 2)$ y tiene un extremo en el punto

(2, -3). Decidir de que extremo se trata.

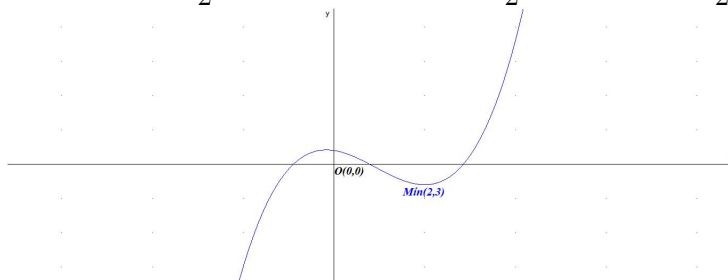
Solución:

$$f(x) = x^3 - ax^2 + 2bx + c \implies f'(x) = 3x^2 - 2ax + 2b$$

$$\begin{cases} f(0) = 2 \implies c = 2 \\ f(2) = -3 \implies 8 - 4a + 4b + c = -3 \\ f'(2) = 0 \implies 12 - 4a + 2b = 0 \end{cases} \implies \begin{cases} a = 11/4 \\ b = -1/2 \\ c = 2 \end{cases}$$

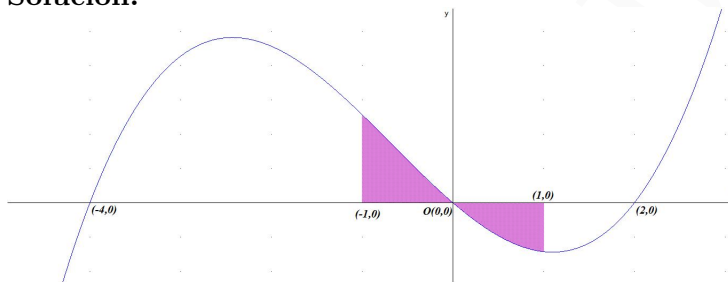
La función pedida es: $f(x) = x^3 - \frac{11}{4}x^2 - x + 2$

$f'(x) = 3x^2 - \frac{11}{2}x - 1$ y $f''(x) = 6x - \frac{11}{2} \implies f''(2) = \frac{11}{2} > 0 \implies x = 2$ es un mínimo.



Problema 6 Dada la función $f(x) = x^3 + 2x^2 - 8x$, encontrar el área encerrada por ella, el eje OX y las rectas $x = -1$ y $x = 1$.

Solución:



$$x^3 + 2x^2 - 8x = 0 \implies x = -4, x = 2 \text{ y } x = 0$$

Tendremos dos áreas a calcular S_1 con los límites de integración entre -1 y 0, y otra S_2 entre 0 y 1.

$$F(x) = \int (x^3 + 2x^2 - 8x) dx = \frac{x^4}{4} + \frac{2x^3}{3} - 4x^2$$

$$S_1 = \int_{-1}^0 f(x) dx = F(0) - F(-1) = \frac{53}{12}, \quad S_2 = \int_0^1 f(x) dx = F(1) - F(0) = -\frac{37}{12}$$

$$S = |S_1| + |S_2| = \frac{53}{12} + \frac{37}{12} = \frac{15}{2} \simeq 7,5 \text{ u}^2$$