Examen de Matemáticas 2ºBachillerato(CS)

Noviembre 2025

Problema 1 (5 puntos)

a) (2,5 puntos) Dado el sistema de ecuaciones siguiente, con incógnitas x e y:
$\begin{cases} x - y = -m \\ 10x + (10+m)y = 150 \end{cases}$

a.1 (1,5 punto) ¿Para qué valores del parámetro m el sistema tiene una única solución?

a.2 (1 punto) Si el sistema fuera:
$\begin{cases} x - y = -\lambda \\ 10x + (10+m)y = 150 \end{cases}$
encuentra el valor de m y un valor de λ para los que el sistema tenga infinitas soluciones y calcula una de ellas.

b) (2,5 puntos) Dadas las matrices:
$A = \begin{pmatrix} m & 3 \\ 2m & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ m & 1-m \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} m \\ 2 \end{pmatrix}$ y $E = \begin{pmatrix} 2m \\ 3 \end{pmatrix}$.

b.1 (1,5 puntos) Si $A \cdot B \cdot C + D = E$, plantea un sistema de dos ecuaciones y dos incógnitas (representadas por x e y) en función del parámetro m.

b.2 (1 punto) Indica un valor de m para el cual el sistema no tenga solución y explica por qué.

Solución:

a) a.1 $\overline{A} = \left(\begin{array}{cc|c} 1 & -1 & -m \\ 10 & 10+m & 150 \end{array}\right) \Longrightarrow |A| = 20 + m = 0 \Longrightarrow m = -20$

Si $m \in \mathbb{R} - \{-20\} \Longrightarrow |A| \neq 0 \Longrightarrow$Rango$(\overline{A}) = 2 =$Rango$(A)$ =nº de incógnitas y el sistema es compatible determinado (solución única)

a.2 $\overline{A} = \left(\begin{array}{cc|c} 1 & -1 & -\lambda \\ 10 & 10+m & 150 \end{array}\right) = \left[\begin{array}{c} F_1 \\ F_2 - 10F_1 \end{array}\right] = \left(\begin{array}{cc|c} 1 & -1 & -\lambda \\ 0 & 20+m & 150+10\lambda \end{array}\right)$

Para que el sistema tenga infinitas soluciones tiene que ser $20 + m = 0 \Longrightarrow m = -20$ y $150 + 10\lambda = 0 \Longrightarrow \lambda = -15$.

$\begin{cases} x - y = 15 \\ 10x - 10y = 150 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x = 15 + \mu \\ y = \mu \end{cases} \quad \forall \mu \in \mathbb{R}.$

Si elegimos $\mu = 1$ tendremos la solución $x = 16$ e $y = 1$.

b) b.1 $A \cdot B \cdot C + D = \begin{pmatrix} m & 3 \\ 2m & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ m & 1-m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} m \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2m \\ 3 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 3mx + y(3-2m) + m \\ 2mx + 2y + 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2m \\ 3 \end{pmatrix} \Longrightarrow \begin{cases} 3mx + (3-2m)y + m = 2m \\ 2mx + 2y + 2 = 3 \end{cases} \Longrightarrow$

$\begin{cases} 3mx + (3-2m)y = m \\ 2mx + 2y = 1 \end{cases}$

b.2 $\overline{A}=\left(\begin{array}{cc|c} 3m & 3-2m & m \\ 2m & 2 & 1 \end{array}\right) \Longrightarrow |A| = 4m^2 = 0 \Longrightarrow m = 0$

Si $m \in \mathbb{R} - \{0\} \Longrightarrow |A| \neq 0 \Longrightarrow$ Rango$(\overline{A}) = 2 =$Rango$(A) =$nº de incógnitas y el sistema es compatible determinado (solución única)

Si $m = 0$:

$\overline{A}=\left(\begin{array}{cc|c} 0 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{array}\right) = \left[\begin{array}{c} F_1 \\ 3F_2 - 2F_1 \end{array}\right] = \left(\begin{array}{cc|c} 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{array}\right) \Longrightarrow$

Sistema incompatible (No tiene solución)