

Examen de Matemáticas 2º Bachillerato (CN)

Noviembre 2025

Problema 1 Hacer las dos opciones a y b

a) (2,5 puntos) Dado el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x + 2y - z = -1 \\ 8x + my - 6z = -8 \\ -x - 2y + m^2z = m \end{cases}$$

Con $m \in \mathbb{R}$ un parámetro

a,I. (1,5 punto) Estudia, en función del parámetro $m \in \mathbb{R}$, el número de soluciones del sistema anterior.

a,II. (1 punto) Resuelve, si es posible, el sistema para $m = 1$.

b) Sea $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

b,I. (1 punto) Estudia si existen matrices columna no nulas B y C tales que

$$\begin{cases} A \cdot B = -B \\ A \cdot C = B - C \end{cases}$$

En caso afirmativo, calcula la expresión general de dichas matrices B y C .

b,II. (1,5 punto) Sea D una matriz columna no nula tal que $A \cdot D = D$. Demuestra que también se cumple $A^{-1}D = D$

Problema 2 Hacer las dos opciones a y b

a) (2,5 puntos) Has llegado a la Universidad y decides hacer una fiesta con tus compañeros de clase para conocerlos. Para ello debes conseguir dinero. Tres estudiantes del grupo decidís fabricar pulseras, collares y marcapáginas para venderlos e intentar conseguir lo que necesitáis. Para fabricarlas, Luis compra el material necesario para hacer 20 pulseras y 20 collares a juego, Ana el de 30 pulseras, 20 collares y 10 marcapáginas. Para decidir a qué precio se debe vender cada producto miras los tickets de compra, pero sólo pone el precio final, 60 € el ticket de Luis y 90 € el de Ana.

a.1 (1 punto) Plantea un sistema de ecuaciones lineal que modelice el problema y escríbelo matricialmente especificando quién es la matriz de coeficientes y la matriz ampliada.

a.2 (1 punto) Con los datos dados, ¿pueden saber cuánto cuesta el material para producir cada artículo? Luis dice “creo que ha costado 10 € el material para cada marcapáginas” y Ana le dice “eso no puede ser” ¿Quién tiene razón?

a.3 (0,5 puntos) Se venden los collares a 5 € y las pulseras a 4 €. ¿Cuál debe ser el precio de los marcapáginas para que se obtengan exactamente 420 € tras la venta completa?

b) (2,5 puntos) Sea $x \in \mathbb{R}$ y las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 3 \\ 2 & 0 & x \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$

b.1 (1,25 puntos) Calcula en caso de que sea posible AB y BA especificando el tamaño y el rango de la matriz resultante.

b.2 (1,25 puntos) Calcula el determinante de A y los valores de x para los cuales existe su inversa. Calcula cuando sea posible $\det(A^{-1})$.