

Examen de Matemáticas 2º Bachillerato (CN)

Abril 2025

Problema 1 Una asignatura de matemáticas de la Escuela de Ingeniería y Arquitectura de la Universidad de Zaragoza tiene 99 personas matriculadas (54 alumnas y 45 alumnos). En primera convocatoria aprueban la asignatura 49 personas (28 alumnas y 21 alumnos).

- ¿Cuál es el porcentaje de alumnas que aprueban la asignatura en primera convocatoria?, ¿y de alumnos?
- Si elegimos aleatoriamente a una persona que haya aprobado la asignatura en primera convocatoria, ¿cuál es la probabilidad de que sea una mujer?

Solución:

Sean H alumno, M alumna, A aprueba y \bar{A} no aprueba.

- $P(A|M) = \frac{28}{54} = 0,5185 = 51,85\%$ y $P(A|H) = \frac{21}{45} = 0,4667 = 46,67\%$
- $P(M|A) = \frac{28}{49} = 0,5714$

Problema 2 Vamos a suponer que durante el año 2023, las llegadas de turistas a nuestro país se realizaron de la siguiente forma: un 55 % llegó en avión, un 30 % llegó en tren, un 10 % llegó en autobús y un 5 % llegó en barco. Además, sabemos que, de todos estos viajeros, visitaron Aragón el 50 % de los que vinieron en avión, el 60 % de los que vinieron en tren, el total de los que viajaron en autobús, y un 20 % de los que vinieron en barco. Con estos datos, se pide:

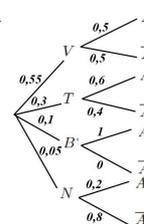
- Calcula la probabilidad de que un turista seleccionado al azar entre los que visitaron España en 2023 haya visitado Aragón.
- Calcula la probabilidad de que un turista visitante de Aragón haya hecho su viaje a España en autobús o en tren.

Solución:

Sean V llega en avión, T en tren, B autobús, N barco, A visita Aragón y \bar{A} no visita Aragón.

$$\begin{aligned} \text{a) } P(A) &= P(A|V)P(V) + P(A|T)P(T) + P(A|B)P(B) + P(A|N)P(N) = \\ &= 0,5 \cdot 0,55 + 0,6 \cdot 0,3 + 1 \cdot 0,1 + 0,2 \cdot 0,05 = 0,565 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(B \cup T|A) &= \frac{P(A \cap (B \cup T))}{P(A)} = \frac{P(A \cap B) + P(A \cap T)}{P(A)} = \\ &= \frac{1 \cdot 0,1 + 0,6 \cdot 0,3}{0,565} = 0,4956 \end{aligned}$$



Problema 3 El 84 % de los exámenes de Matemáticas II de la fase genérica en la convocatoria ordinaria de la EvAU en 2022 en Aragón obtuvieron una nota mayor o igual a 5.

- Si seleccionamos aleatoriamente 15 de aquellos exámenes, ¿cuál es la probabilidad de que exactamente 2 tengan una nota inferior a 5?
- Con los 15 exámenes anteriores, ¿es más probable que menos de 2 exámenes tengan nota inferior a 5 o que más de 2 exámenes tengan nota inferior a 5?

Solución:

$$B(15; 0,16) \quad n = 15, \quad p = 0,16, \quad q = 0,84$$

$$a) \quad P(X = 2) = \binom{15}{2} \cdot 0,16^2 \cdot 0,84^{13} = 0,2786506004$$

$$b) \quad P(X < 2) = P(X = 0) + P(X = 1) = \binom{15}{0} \cdot 0,16^0 \cdot 0,84^{15} + \binom{15}{1} \cdot 0,16^1 \cdot 0,84^{14} = 0,2821337329$$

$$P(X > 2) = 1 - P(X \leq 2) = 1 - (P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2)) =$$

$$1 - \left(\binom{15}{0} \cdot 0,16^0 \cdot 0,84^{15} + \binom{15}{1} \cdot 0,16^1 \cdot 0,84^{14} + \binom{15}{2} \cdot 0,16^2 \cdot 0,84^{13} \right) = 0,4392156666$$

Es más probable que más de dos exámenes tengan una nota inferior a 5 que más de dos exámenes tengan nota inferior a 5.

Problema 4 En una empresa 55 % de los trabajadores han hecho el curso ‘ChatGPT’. El 30 % de los trabajadores que han hecho este curso también han hecho el curso ‘IA’, el 40 % de los que no han hecho el curso ‘ChatGPT’ han realizado el curso ‘IA’.

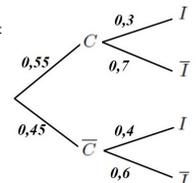
- (1,25 puntos) Tomado un trabajador al azar, ¿cuál es la probabilidad de que haya realizado el curso ‘IA’?
- (1,25 puntos) Si un trabajador elegido al azar no ha hecho el curso ‘IA’, ¿cuál es la probabilidad de que sí tenga el curso de ‘ChatGPT’?

Solución:

Sean C ha hecho curso de ‘ChatGPT’, \bar{C} no ha hecho curso de ‘ChatGPT’, I ha hecho curso de ‘IA’ y \bar{I} no ha hecho curso de ‘IA’

$$a) \quad P(I) = P(I|C)P(C) + P(I|\bar{C})P(\bar{C}) = 0,55 \cdot 0,3 + 0,45 \cdot 0,4 = 0,345$$

$$b) \quad P(C|\bar{I}) = \frac{P(\bar{I}|C)P(C)}{P(\bar{I})} = \frac{0,55 \cdot 0,7}{1 - 0,345} = 0,5878$$



Problema 5 Una empresa cafetera realiza una encuesta a 10000 individuos sobre el tipo de café que compran. Los resultados son: 8000 dicen comprar café torrefacto, 4000 café natural y 3000 ambos tipos de café.

- Si se elige un individuo al azar, ¿cuál es la probabilidad de que compre alguno de los dos tipos de café?
- Se selecciona un individuo y se le pregunta si compra café natural. Se repite la operación 100 veces, pudiendo repetirse el individuo seleccionado. Calcule aproximando por una distribución normal si fuese posible, la probabilidad de que no más de 50 individuos compre café natural.
- Si en el apartado anterior sólo se seleccionasen 10 individuos, ¿cuál es la probabilidad de que 5 compren café natural?

Algunos valores de la función de distribución $N(0, 1)$ son: $F(x) = P(Z \leq x)$, $F(0) = 0,5$, $F(0,15) = 0,5596$, $F(2,1433) = 0,9838$, $F(0,9793) = 0,8340$, $F(0,5596) = 0,7112$, $F(0,6294) = 0,7356$, $F(0,8159) = 0,7939$, $F(0,9) = 0,8159$, $F(1,28) = 0,9$.

Solución:

Sean T toma café torrefacto y N toma café natural.

- $P(T) = \frac{8000}{10000} = 0,8$, $P(N) = \frac{4000}{10000} = 0,4$ y $P(T \cap N) = \frac{3000}{10000} = 0,3$.
 $P(T \cup N) = P(T) + P(N) - P(T \cap N) = 0,8 + 0,4 - 0,3 = 0,9$
- $B(100; 0,4)$. Tenemos $n = 100 \geq 30$, $np = 40 \geq 5$ y $nq = 60 \geq 5$ luego:

$$B(100; 0,4) \stackrel{N(np, \sqrt{npq})}{\approx} N(40; 4,899)$$

$$P(X \leq 50) = P\left(Z \leq \frac{50,5 - 40}{4,899}\right) = P(Z \leq 2,1433) = 0,9838$$

- $B(10; 0,4)$: $P(X = 5) = \binom{10}{5} \cdot 0,4^5 \cdot 0,6^5 = 0,20066$