

Examen de Matemáticas 2º Bachillerato (CN) Noviembre 2024

Problema 1 (2,5 puntos) De una matriz B sabemos que cumple

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ -7 & -8 & -9 \end{pmatrix} \cdot B = I_3 - \begin{pmatrix} 10 & 11 & 12 \\ 7 & 9 & 9 \\ -4 & -5 & -7 \end{pmatrix} \cdot B$$

donde I_3 es la matriz identidad de orden 3. Estudia si la matriz B tiene inversa. En caso afirmativo, calcula la inversa de B .

Problema 2 (2,5 puntos) Dadas las siguientes matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & m & m \\ 4 & 4 & 2m \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 12 \end{pmatrix} \quad \forall m \in \mathbb{R}$$

- a) (1,5 puntos) Analiza el rango de la matriz A según los valores de $m \in \mathbb{R}$.
- b) (1 punto) Resuelve el sistema $A \cdot X = B$ para el valor $m = 2$.

Problema 3 (2,5 puntos) En un laboratorio de una empresa farmacéutica se fabrican tres tipos de medicamentos, M_1 , M_2 y M_3 , a partir de tres principios activos, A_1 , A_2 y A_3 , distintos. En la siguiente tabla se reflejan los miligramos de principio activo necesarios para fabricar un gramo de cada medicamento:

	mg de A_1	mg de A_2	mg de A_3
para 1 g de M_1	10	10	20
para 1 g de M_2	10	20	30
para 1 g de M_3	20	30	50

En dicho laboratorio se dispone actualmente de 70 gramos del activo A_1 , 90 gramos del activo A_2 y 160 gramos del activo A_3 . Se va a cerrar por vacaciones y la empresa quiere no dejar principios activos en el laboratorio. ¿Es posible utilizar la cantidad total exacta disponible de principios activos del laboratorio fabricando los medicamentos M_1 , M_2 y M_3 ? En caso afirmativo, ¿qué cantidades de cada medicamento podrá fabricar el laboratorio con dichos principios activos?

Problema 4 (2,5 puntos) Sean $a \in \mathbb{R}$ y $M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ a & 1 & 0 \\ 1 & 1 & a \end{pmatrix}$,

- a) (1,25 puntos) Calcular el determinante y el rango de M para cada valor $a \in \mathbb{R}$.
- b) (1,25 puntos) Para $a = 0$, calcular el determinante de la matriz P cuando $2PM = M^3$