

Examen de Matemáticas 2º Bachillerato (CN)

Noviembre 2024

Problema 1 (2,5 puntos) Considera matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 1/8 & 1/8 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

- a) (1 punto) Calcula A^{2024} .
- b) (1,5 puntos) Halla la matriz X , si es posible, que verifica $A^2 X A + I = O$, donde I y O son la matriz identidad y la matriz nula de orden 3, respectivamente.

Problema 2 (2,5 puntos) Considera el sistema
$$\begin{cases} y + z = 1 \\ (k - 1)x + y + z = k \\ x + (k - 1)y + z = 0 \end{cases}$$

- a) (1,75 puntos) Discute el sistema según los valores de k .
- b) (0,75 puntos) Para $k = 1$ resuelve el sistema, si es posible. ¿Hay alguna solución en la que $y = 0$? En caso afirmativo, calcúlala. En caso negativo, justifica la respuesta.

Problema 3 (2,5 puntos) En una protectora de animales se dan tres tipos de alimentos a tres razas de perros distintas. Cada perro de la raza 1 consume, por semana, un promedio de 2 unidades del alimento A y 1 unidad del alimento C . Cada perro de la raza 2 consume, por semana, un promedio de 1 unidad del alimento A y 1 unidad del alimento C . El consumo semanal promedio de la raza 3 es de 3 unidades de alimento A , 1 unidad de alimento B y 3 unidades de alimento C . Cada semana se compran 410 unidades del alimento A , 30 unidades del alimento B y 310 del alimento C . Se supone que toda la comida que se proporciona se consume.

- a) (0,75 puntos) Plantea un sistema de ecuaciones lineales que modelice este problema y escríbelo matricialmente.
- b) (1 punto) ¿Cuántos ejemplares de cada raza puede coexistir en la protectora?
- c) (0,75 puntos) Si la raza 2 consumiese 1 unidad del alimento B , ¿existiría otra distribución del número de ejemplares de cada raza que permitiese mantener las unidades compradas cada semana?

Problema 4 (2,5 puntos) Sea $x \in \mathbb{R}$ y la matriz $A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & -2 \\ -2 & -3 & 0 \\ 1 & 2 & x \end{pmatrix}$ Se pide:

- a) (1,5 puntos) Da el $rg(A)$ según los valores de x . Para $x = 1$, comprueba que existe A^{-1} y calcúlala.
- b) (1 punto) Toma $x = 1$. Supongamos que B es una matriz 3×3 con $\det(B) = 5$. Calcula $\det(AB)$. Razona cuál debe ser el valor de $\det\left(\frac{1}{5}AB\right)$.