Examen de Matemáticas 2ºBachillerato(CS)

Diciembre 2022

Problema 1 Una empresa se propone hacer dos tipos de cestas de Navidad, A y B, para sus trabajadores y trabajadoras. Cada cesta de tipo A contendrá 1 jamón, 1 botella de cava y 5 barras de turrón. Por otro lado, cada cesta de tipo B contendrá 2 jamones, 3 botellas de cava y 2 barras de turrón. El jefe de almacén afirma que disponen de 40 jamones, 120 barras de turrón y muchas botellas de cava, y que, por lo tanto, seguro que cava no faltará. Se quieren hacer tantas cestas como sea posible.

a) Determine la función objetivo y las restricciones. Dibuje la región factible. ¿Cuántas cestas de cada tipo tendrá que hacer la empresa?

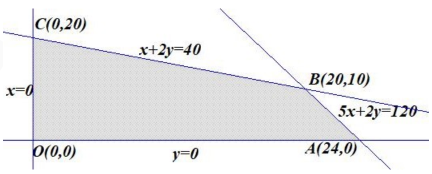
b) Una vez hecho el cálculo, la jefa de la empresa cambia de opinión y dice que es mejor hacer la misma cantidad de cestas de cada tipo. Con esta nueva condición, ¿cuántas cestas de cada tipo habrá que hacer?

Solución:
Sean x nº de cestas del tipo A e y : nº de cestas del tipo B.

	jamón	cava	turrón
A	1	1	5
B	2	3	2
	≤ 40	≥ 0	≤ 120

a) $f(x,y) = x + y$ sujeto a:

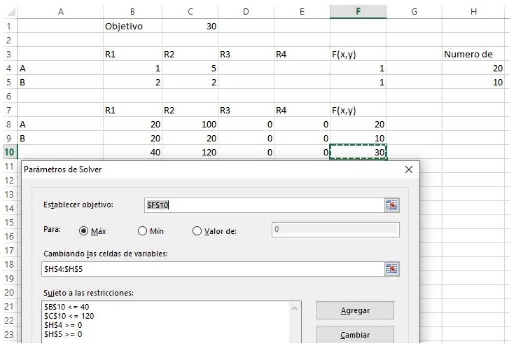
$$\begin{cases} x + 2y \leq 40 \\ x + 3y \geq 0 \text{ innecesaria} \\ 5x + 2y \leq 120 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$



Los vértices son: $O(0,0)$, $A(24,0)$, $B(20,10)$ y $C(0,20)$.

$$\begin{cases} f(0,0) = 0 \\ f(24,0) = 24 \\ f(20,10) = 30 \text{ Máximo} \\ f(0,20) = 20 \end{cases}$$

Se deben hacer 20 cestas del tipo A y 10 cestas del B, con un total de 30 cestas.



b) La solución se encuentra en un punto de la recta $y = x$, tiene que estar en la frontera, o lo más próximo a ella, de la región factible y tienen que ser números

enteros positivos.
El punto de corte de $y = x$ con la recta $x + 2y = 40$:
$\begin{cases} x - y = 0 \\ x + 2y = 40 \end{cases} \Longrightarrow (13,333; 13,333)$ punto de la frontera de la región factible, pero no son números enteros positivos, el más próximo dentro de la región es el $(13, 13)$ cumpliendo las tres condiciones. En conclusión:
Se deben hacer 13 cestas del tipo A y 13 cestas del B, con un total de 26 cestas.

Problema 2 Un hotel admite reservas para las 420 habitaciones dobles de que dispone y ofrece dos tarifas diferentes: la tarifa estándar (sin gastos de cancelación) es de 120€ por noche, y la tarifa reducida (que no admite cancelaciones) es de 90€ por noche. Les interesa tener reservado al menos un 20 % del total de habitaciones con la tarifa reducida y quieren que el número de habitaciones reservadas con la tarifa estándar sea igual o superior que el doble del número de habitaciones reservadas con la tarifa reducida.

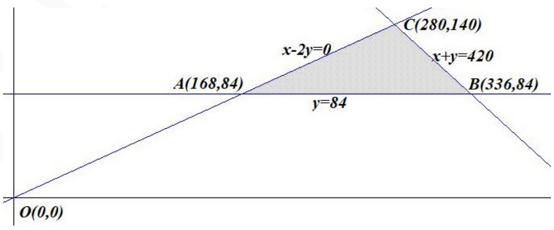
a) Determine la función objetivo y las restricciones. Dibuje la región factible.

b) Determine cuántas habitaciones deben tener reservadas con cada tarifa para obtener el beneficio máximo. ¿Cuál es ese beneficio máximo?

Solución:
Sean x n$^{\underline{o}}$ de habitaciones con tarifa estándar e y : n$^{\underline{o}}$ de habitaciones con tarifa reducida.

a) $f(x, y) = 120x + 90y$ sujeto a:

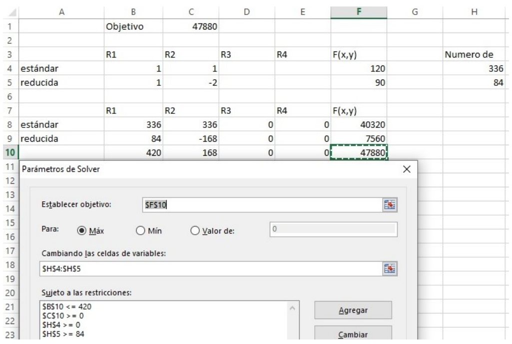
$$\begin{cases} x + y \le 420 \\ y \ge 84 \\ x \ge 2y \\ x \ge 0 \\ y \ge 0 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x + y \le 420 \\ y \ge 84 \\ x - 2y \ge 0 \end{cases}$$



Los vértices son: $A(168, 84)$, $B(336, 84)$ y $C(280, 140)$.

b) $f(x, y) = 120x + 90y$

$$\begin{cases} f(168, 84) = 27720 \\ f(336, 84) = 47880 \ \text{Máximo} \\ f(280, 140) = 46200 \end{cases}$$



Se deben reservar 336 habitaciones a precio estándar y 84 a precio reducido para obtener una recaudación máxima de 47880€.