

Examen de Matemáticas 2º Bachillerato (CS)

Febrero 2023

Problema 1 Se considera la función $f(x) = \begin{cases} 2^{x+1} & \text{si } x < 0 \\ x^2 - 2x & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

a) Estudie la continuidad y derivabilidad de la función f en su dominio.

b) Estudie la monotonía de la función f y calcule el mínimo.

c) Calcule $\int_{-2}^2 f(x) dx$.

Problema 2 El diámetro de cierta variedad de manzana oscila entre los 2 y los 5 cm. El precio (en céntimos de euro), $P(x)$, que se le paga al agricultor por un kilogramo de estas manzanas viene determinado por su diámetro, x , de acuerdo con la siguiente función:

$$P(x) = -2x^3 + 15x^2 - 24x + 30 \quad 2 \leq x \leq 5$$

Determinar para qué diámetros se alcanzan los precios máximo y mínimo de las manzanas. ¿Cuáles son estos precios máximo y mínimo? Razonar las respuestas.

Problema 3 La función $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx$ tiene un punto de inflexión en $(-1, 6)$ y en el punto de abscisa $x = -2$ la pendiente de la recta tangente es -4 : Con estos datos, halla razonadamente los valores de los parámetros a , b y c .

Solución:

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx \implies f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c \implies f''(x) = 6ax + 2b$$

$$\begin{cases} f(-1) = 6 \implies -a + b - c = 6 \\ f''(-1) = 0 \implies -6a + 2b = 0 \\ f'(-2) = -4 \implies 12a - 4b + c = -4 \end{cases} \implies \begin{cases} a = 1 \\ b = 3 \\ c = -4 \end{cases}$$

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 4x$$

Problema 4 Se pide, justificando las respuestas:

a) Hallar el área encerrada por la función $f(x) = x^2 + x - 2$ y el eje OX entre $x = 0$ y $x = 2$.

b) Calcular las asíntotas de la función $g(x) = \frac{2x^2 + 1}{x^2 - 3x - 4}$