

Examen de Matemáticas II (Ordinaria-Coincidente 2023) Selectividad-Opción A

Tiempo: 90 minutos

Problema 1 (2,5 puntos) Dada la matriz real $A = \begin{pmatrix} 2a & 1 & 1 \\ a & 3 & -6 \\ a+1 & 1 & a \end{pmatrix}$, se pide:

- a) (1 punto) Estudiar el rango de la matriz A en función del parámetro a .
- b) (1 punto) Calcular, en el caso de que exista, la inversa de A para $a = 0$.

c) (0,5 puntos) Resolver el sistema $A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ para el caso $a = 1$.

Problema 2 (2,5 puntos) Dada la función $f(x) = x^3 + x^2 + x$, se pide:

- a) (1,25 puntos) Calcular la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f(x)$ con mínima pendiente.
- b) (1,25 puntos) Calcular el área de la región acotada comprendida entre la gráfica $f(x)$ y la recta $y = x$.

Problema 3 (2,5 puntos) Sean los planos $\pi_1 : y = x$, $\pi_2 : y = x + 1$, $\pi_3 : z = -1$ y $\pi_4 : z = 1$.

- a) (0,5 puntos) Compruebe que son paralelos los planos π_1 y π_2 , y que son paralelos los planos π_3 y π_4 .
- b) (0,5 puntos) Compruebe que los planos π_1 y π_2 son perpendiculares a los planos π_3 y π_4 .
- c) (0,5 puntos) Halle una recta que sea paralela a los cuatro planos y pase por el punto $(1, 0, 2)$.
- d) (1 punto) Halle dos planos perpendiculares a π_1 , π_2 , π_3 y π_4 , que cumplan que el volumen del paralelepípedo comprendido entre los seis planos sea 1.

Problema 4 (2,5 puntos) En los juegos de rol, cada vez que se lanza un ataque este puede resultar en golpe crítico o no.

- a) (1,25 puntos) En cierto juego de rol, para determinar si un ataque es crítico o no, se tira una moneda a cara o cruz. Si se obtiene una cruz, el ataque no será crítico. Por contra, si se obtiene una cara, entonces se lanza un dado de 10 caras numeradas del 1 al 10. Solo en caso de que también se obtenga una puntuación mayor o igual a 9 en el dado el ataque es crítico; en caso contrario el ataque no será crítico. Calcule la probabilidad de que, de entre 5 ataques lanzados, se obtengan 3 o menos golpes críticos.
- b) (1,25 puntos) En otro juego de rol se sabe que la probabilidad de ataque crítico es del 20%. Aproximando mediante una distribución normal, calcule la probabilidad de que, de entre 100 ataques, se obtengan no menos de 15 y no más de 25 golpes críticos.

Examen de Matemáticas II (Ordinaria-Coincidente 2023) Selectividad-Opción B

Tiempo: 90 minutos

Problema 1 (2,5 puntos) Un dietista veterinario ha establecido la alimentación diaria (en términos de grasas, carbohidratos y proteínas) de un quebrantahuesos pirenaico que se ha recogido en el hogar de recuperación de fauna en el que trabaja. Se sabe que el quebrantahuesos necesita 500 g de alimento al día y que necesita 2500 Kcal. También se sabe que cada gramo de grasa proporciona 9 Kcal, cada gramo de carbohidratos 4 Kcal y cada gramo de proteínas 4 Kcal. Debido a que el ave ha llegado en un estado de debilidad, el veterinario estima que el consumo de carbohidratos debe ser 40 g más del doble de proteínas. Determine la cantidad de kilocalorías diaria que obtendrá el quebrantahuesos procedentes de grasas, de carbohidratos y de proteínas.

Problema 2 (2,5 puntos) Dada la función $f(x) = \frac{|x^2 - x - 2|}{x^2 + 2x + 1}$, se pide:

- (1 punto) Hallar, si existen, las asíntotas de la gráfica de f .
- (1,5 puntos) Estudiar los intervalos de crecimiento y de decrecimiento y calcular, si existen, sus extremos relativos.

Problema 3 (2,5 puntos) Dadas la recta $r \equiv \frac{x-1}{3} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-1}$ y los planos $\pi \equiv x + 2y + 2z - 1 = 0$ y $\pi' \equiv 2x + 2y + z + 4 = 0$, se pide:

- (0,75 puntos) Comprobar que los planos π y π' se cortan. Hallar el ángulo que forman.
- (0,75 puntos) Estudiar la posición relativa de r y π . Hallar, si es posible, el punto de corte.
- (1 punto) Hallar los puntos de la recta r que equidistan de los planos π y π' .

Problema 4 (2,5 puntos) Siete de cada veinte personas que entran en cierta joyería acaban comprando algún artículo. El 75% de las personas que se marchan sin comprar nada tienen menos de 50 años y el 80% de las personas que realizan alguna compra tienen al menos 50 años. Entra un cliente en la joyería. Se pide:

- (1,25 puntos) Calcular la probabilidad de que sea menor de 50 años.
- (1,25 puntos) Sabiendo que tiene como mínimo 50 años, hallar la probabilidad de que salga de la tienda sin haber comprado nada.