

**Examen de Matemáticas Aplicadas a las
CC. Sociales II (Coincidente 2022)
Selectividad-Opción A
Tiempo: 90 minutos**

Problema 1 (2 puntos) Se consideran las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

y $B = A + aI$, donde I es la matriz identidad de orden 3 y a es un número real.

- a) Calcule $A(A^2 - A^4)$
- b) Calcule los valores de a para que las matrices B y AB sean invertibles.

Problema 2 (2 puntos) Un almacén de legumbres al por mayor tiene sacos de dos tipos, con capacidad para 5 kg de peso y con capacidad para 10 kg de peso. Sólo tiene 180 sacos de capacidad 10 kg. Debe poner a la venta como mucho 2000 kg de alubias en sacos de ambos tipos. Por cada 3 sacos de 10 kg puede vender como mucho 2 sacos de 5 kg, y como mínimo tiene que poner a la venta 20 sacos de 5 kg y 60 de 10 kg. Por cada saco de 10 kg obtiene un beneficio de 5 € y por cada saco de 5 kg obtiene un beneficio de 2 €. Determine cuántos sacos de cada tipo debe vender para obtener el máximo beneficio y calcule el beneficio que se obtiene.

Problema 3 (2 puntos) Se considera la función real de variable real

$$f(x) = \begin{cases} 2x - a & \text{si } x < -2 \\ x^2 & \text{si } -2 \leq x \leq 1 \\ x + b & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

- a) Determine los valores de a y b que hacen que f sea continua en \mathbb{R} .
- b) Para $a = b = -8$, calcule

$$\int_{-3}^0 f(x) dx$$

Problema 4 (2 puntos) Sean A y B sucesos independientes de un experimento aleatorio con $P(B) = 1/2$.

- a) Calcule $P(A)$ para el caso en que $P(A \cup B) = 3/4$.

- b) Calcule $P(A)$ para el caso en que $P(A \cap B^c) = 1/4$.
Nota: B^c denota el suceso complementario de B .

Problema 5 (2 puntos) Para estimar la proporción poblacional de las familias que tienen internet en una determinada ciudad se ha tomado una muestra de familias al azar.

- a) Si la proporción poblacional fuese $P = 0,8$, determine el tamaño mínimo necesario de la muestra de familias para garantizar que, con una confianza del 99 %, el margen de error en la estimación no supera el 6 %.
- b) Tomada al azar una muestra de 200 familias, se encontró que 170 tenían internet. Determine un intervalo de confianza al 95 % para la proporción de familias que tienen internet.

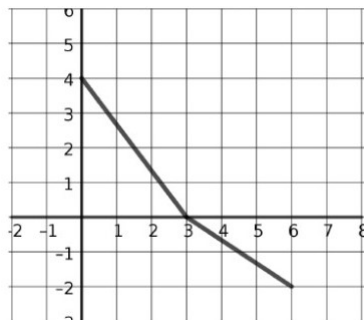
**Examen de Matemáticas Aplicadas a las
CC. Sociales II (Coincidente 2022)
Selectividad-Opción B
Tiempo: 90 minutos**

Problema 1 (2 puntos) Se considera el sistema de ecuaciones lineales dependiente del parámetro $a \in \mathbb{R}$:

$$\begin{cases} 2ax + z = 1 \\ ax - y + z = 0 \\ ay + z = a + 1 \end{cases}$$

- a) Discuta la compatibilidad del sistema para diferentes valores de a .
- b) Resuelva el sistema para $a = 0$.

Problema 2 (2 puntos) La siguiente figura representa la gráfica de una función lineal a trozos $f : [0, 6] \rightarrow \mathbb{R}$



- a) Determine razonadamente el valor de la integral definida $\int_0^3 f(x) dx$
- b) ¿Cuál número es mayor, $\int_0^3 f(x) dx$ o $\int_0^6 f(x) dx$? Razone tu respuesta.

Problema 3 (2 puntos) Considere la función real de variable real dada por la siguiente expresión:

$$f(x) = \frac{x^3}{(x - K)^2}$$

- a) Obtenga el valor de la constante K para que la recta tangente a la función en $x = 9$ sea paralela al eje de las x . Indique la expresión de dicha recta.
- b) Para $K = 3$, señale los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función $f(x)$ y clasifique los extremos relativos de esta función.

Problema 4 (2 puntos) Ganar en el juego del gambón depende de la actitud de los participantes. El 50% de ellos son pesimistas y se sienten perdedores antes de haber jugado. El 30% no lo ve claro y el resto son optimistas y se sienten ganadores antes de jugar. La probabilidad de que ganen los primeros es 0,5, de que ganen los segundos es 0,7 y de que ganen los últimos es 0,9.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que un jugador escogido al azar gane el juego?.
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que el ganador sea alguien que se haya sentido un perdedor antes de haber jugado el juego?

Problema 5 (2 puntos) Sea una población donde observamos la variable aleatoria X con distribución normal de media 20 y desviación típica 5. Sea \bar{X} la media muestral de una muestra aleatoria de tamaño 25.

- a) ¿Cuál es la distribución de \bar{X} ?
- b) Calcule $P(19 < \bar{X} < 22)$.