

Examen de Matemáticas 2º Bachillerato (CS)

Enero 2022

Problema 1 Dada la función

$$f(x) = \frac{x^2 - 3x - 10}{x - 1}$$

Se pide:

- Calcular su dominio.
- Calcular sus puntos de corte con los ejes coordenados.
- Calcular su signo.
- Calcular su simetría.
- Calcular sus asíntotas.
- Calcular sus intervalos de crecimiento y decrecimiento, calculando sus extremos relativos.
- Calcular sus intervalos de concavidad y convexidad, calculando sus puntos de inflexión.
- Representación gráfica.
- Calcular las rectas tangente y normal a f en el punto de abscisa $x = 0$.

Solución:

- Dominio de f : $\text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{1\}$
- Puntos de Corte
 - Corte con el eje OX hacemos $f(x) = 0 \implies x^2 - 3x - 10 = 0 \implies (-2, 0)$ y $(5, 0)$.
 - Corte con el eje OY hacemos $x = 0 \implies f(0) = 10 \implies (0, 10)$.

c)

	$(-\infty, -2)$	$(-2, 1)$	$(1, 5)$	$(5, +\infty)$
signo	-	+	-	+

d) $f(-x) \neq \pm f(x) \implies$ la función no es par ni impar.

e) Asíntotas:

- **Verticales:** $x = 1$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x - 10}{x - 1} = \pm\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 - 3x - 10}{x - 1} = \left[\frac{-12}{0^-} \right] = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 3x - 10}{x - 1} = \left[\frac{-12}{0^+} \right] = -\infty$$

- **Horizontales:** No hay

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x - 10}{x - 1} = \infty, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 3x - 10}{x - 1} = -\infty$$

- **Oblicuas:** $y = mx + n$

$$m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x - 10}{x^2 - x} = 1$$

$$n = \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - mx) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 - 3x - 10}{x - 1} - x \right) = -2$$

Luego la asíntota oblicua es $y = x - 2$

f)

$$f'(x) = \frac{x^2 - 2x + 13}{(x - 1)^2} \neq 0 \implies \text{no hay extremos relativos}$$

La derivada de la función $f'(x) > 0$ en todo el dominio de la función $\implies f$ es creciente en $\mathbb{R} - \{1\}$.

g)

$$f''(x) = -\frac{24}{(x - 1)^3} \neq 0$$

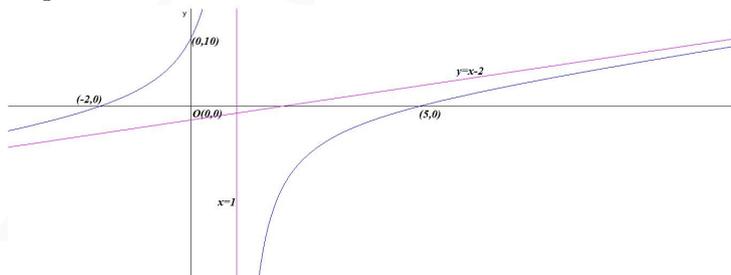
Luego la función no tiene puntos de inflexión.

	$(-\infty, 1)$	$(1, +\infty)$
$f''(x)$	+	-
$f(x)$	cóncava \smile	convexa \frown

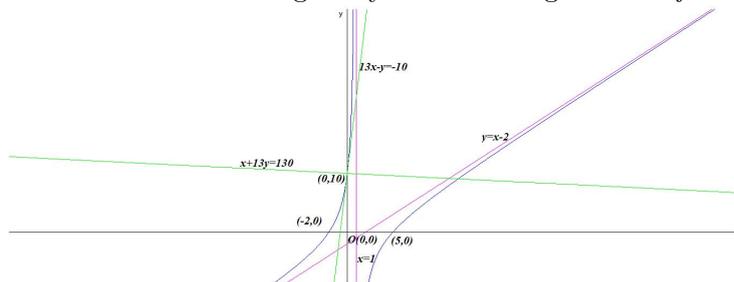
Convexa: $(1, \infty)$

Cóncava: $(-\infty, 1)$

h) Representación:



i) Calcular las rectas tangente y normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 0$:



Como $m = f'(0) = 13$ tenemos que

$$\text{Recta Tangente : } y - 10 = 13x \implies 13x - y = -10$$

$$\text{Recta Normal : } y - 10 = -\frac{1}{13}x \implies x + 13y = 130$$

Como $f(0) = 10$ las rectas pasan por el punto $(0, 10)$.