

Examen de Matemáticas II (Coincidente 2022) Selectividad-Opción A

Tiempo: 90 minutos

Problema 1 (2,5 puntos) Dado el siguiente sistema de ecuaciones lineales dependientes del parámetro real m :

$$\begin{cases} 2x + y - z = 0 \\ mx + (m + 1)y - z = m - 1 \\ -x - 2y + (2m - 1)z = 1 - m \end{cases}$$

- (2 puntos) Discuta el sistema en función de los valores de m .
- (0,5 puntos) Resuelva el sistema para el valor $m = 1$.

Problema 2 (2,5 puntos) Sea la función $f(x) = 1 + \frac{1}{x}$.

- (1 punto) Determine el dominio y los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de la función $f(x)$.
- (1,5 puntos) Dada la función $g(x) = \frac{5-x}{2}$, halle el área de la región acotada por las gráficas de las funciones $f(x)$ y $g(x)$.

Problema 3 (2,5 puntos) Sea la recta $r \equiv \begin{cases} x = \lambda \\ y = \lambda \\ z = 0 \end{cases}$, $\lambda \in \mathbb{R}$ y el punto $P(1, 1, 0)$.

- (1 punto) Halle los puntos pertenecientes a la recta r que distan de P una unidad.
- (1,5 puntos) Halle unas ecuaciones de las rectas que pasan por P , son perpendiculares a r y forman un ángulo $\frac{\pi}{3}$ radianes con la normal al plano $x = 0$.

Problema 4 (2,5 puntos) En una tienda se hace un estudio sobre la venta de dos productos A y B a lo largo de un mes. La probabilidad de que un cliente compre el producto A es de un 62% y la de que compre el producto B es de un 40%. Se observa, además, que el 12% de los clientes compran al mismo tiempo el producto A y el producto B . Se pide:

- (0,75 puntos) Calcular la probabilidad de que un cliente haya comprado el producto A sabiendo que no ha adquirido el producto B .

- b) (0,75 puntos) Calcular la probabilidad de que un cliente no compre ni el producto A ni el producto B .
- c) (1 punto) Sabiendo que a lo largo de un mes visitan la tienda 3000 personas, calcular, utilizando la aproximación de la distribución binomial mediante la distribución normal, cuál es la probabilidad de que compren el producto B más de 1250 personas.

Examen de Matemáticas II (Coincidente 2022) Selectividad-Opción B

Tiempo: 90 minutos

Problema 1 (2,5 puntos) Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} c & 8 \\ 1 & b+c \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & a+c & 4 \end{pmatrix}$

y $C = \begin{pmatrix} a+2 & 1 \\ 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

- a) (1 punto) Calcular el valor de a para que el sistema de ecuaciones $C \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ sea compatible.
- b) (1,5 puntos) Calcular los valores de a , b y c para que la multiplicación de dos de las matrices sea igual a la restante.

Problema 2 (2,5 puntos) Sea $f(x)$ una función continua y derivable en todo \mathbb{R} tal que $f(1) = 2$, $f(2) = 1$, $f'(1) = 1$ y $f'(2) = 2$. Se consideran, además, las funciones $g(x) = (f(x))^2$ y $h(x) = (f \circ f)(x)$. Se pide:

- a) (0,5 puntos) Calcular $g(2)$ y $g'(2)$.
- b) (1 punto) Calcular la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $h(x)$ en el punto $x = 1$.
- c) (1 punto) Probar, utilizando el Teorema del Valor Medio, que existe un punto en el intervalo $(1, 2)$ en el que el valor de la derivada de $f(x)$ es -1 .

Problema 3 (2,5 puntos)

- a) (0,5 puntos) Calcule el ángulo formado por los vectores $\vec{u} = (0, 0, 1)$ y $\vec{v} = (0, 1, \sqrt{3})$.
- b) (1 punto) Sea O el origen de coordenadas, y los puntos $A(2, 0, 0)$, $B(0, 3, 0)$ y $C(0, 2, 2\sqrt{3})$. Calcule el volumen del paralelepípedo determinado por las tres aristas concurrentes \overline{OA} , \overline{OB} y \overline{OC} .

- c) (1 punto) Calcule una ecuación de la recta perpendicular común a las rectas r y s , siendo r la recta que pasa por O y por C y s la recta de ecuaciones $y - 3 = 0$, $z = 0$.

Problema 4 (2,5 puntos) Una *influencer* famosa publica en su Instagram un 20% de fotografías dedicadas a viajes, un 50% referentes a temas de moda y el resto sobre maternidad. El 5% de las publicaciones de viajes reciben menos de 20 000 *Me gusta* y lo mismo ocurre con el 20% de las de moda y con el 35% de las que tratan asuntos de maternidad. Elegida una fotografía al azar, se pide:

- a) (1,25 puntos) Determinar la probabilidad de que tenga más de 20 000 *Me gusta*.
- b) (1,25 puntos) Si tiene menos de 20 000 *Me gusta*, calcular la probabilidad de que el tema tratado en ella haya sido sobre viajes.