# Examen de Matemáticas 2ºBachillerato(CN)
**Abril 2022**

---

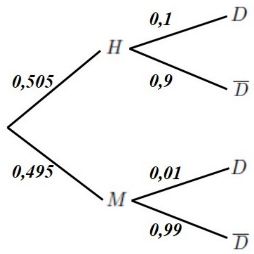
**Problema 1** Un estudio revela que el 10 % de los hombres son daltónicos y que el 1 % de las mujeres son daltónicas. Según los datos de las Naciones Unidas, en el mundo hay actualmente un 50,5 % de hombres y un 49,5 % de mujeres. Determine:

a) La probabilidad de que una persona elegida al azar sea daltónica.

b) Si una persona es daltónica, ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer?

c) ¿Son independientes los sucesos "ser una persona daltónica" y "ser mujer"?

**Solución:** Sean $H$ al suceso "hombre", $M$ al suceso "mujer", $D$ al suceso "daltónico" y $\overline{D}$ al suceso "no daltónico".




a) $P(D) = P(D|H)P(H) + P(D|M)P(M) = 0,1 \cdot 0,505 + 0,01 \cdot 0,495 = 0,05545$

b) $P(M|D) = \dfrac{P(D|M)P(M)}{P(D)} = \dfrac{0,1 \cdot 0,495}{0,05545} = 0,08927$

c) $P(D) \cdot P(M) = 0,05545 \cdot 0,495 = 0,02744775$ y $P(D \cap M) = P(D|M)P(M) = 0,01 \cdot 0,495 = 0,00495 \Longrightarrow P(D \cap M) \neq P(D)P(M) \Longrightarrow D$ y $M$ no son independientes.

**Problema 2** Se tiene un suceso con variable aleatoria $X$ que sigue una distribución normal de media $\mu = 30$ y desviación típica $\sigma = 10$. Calcula:

a) La probabilidad de que $X \leq 20$.

b) Se hace una revisión de los datos y se observa que la probabilidad del 50 % se alcanza en el valor $X \leq 35$ y la probabilidad del 75 % se alcanza en el valor $X \leq 40$. ¿Cuáles son las nuevas media y desviación típica?

**Solución:**

$$N(30; 10)$$

a) $P(X \leq 20) = P\left(Z \leq \dfrac{20-30}{10}\right) = P(Z \leq -1) = 1 - P(Z \leq 1) = 1 - 0,8413 = 0,1587 \Longrightarrow 15,87\,\%$

b) $P(X \leq 35) = 0,5 \Longrightarrow = P\left(Z \leq \dfrac{35-\mu}{\sigma}\right) = 0,5 \Longrightarrow$

$\dfrac{35-\mu}{\sigma} = 0 \Longrightarrow \mu = 35$

$$P(X \leq 40) = 0,75 \Longrightarrow = P\left(Z \leq \frac{40-\mu}{\sigma}\right) = 0,75 \Longrightarrow$$
$$\frac{40-35}{\sigma} = 0,6745 \Longrightarrow \sigma = 7,412898443$$

**Problema 3** En una clase hay 16 chicas y 4 chicos. Cada día elijo a un estudiante al azar para que salga a la pizarra. Calcula razonadamente la probabilidad de que los cinco días laborables de la semana salgan a la pizarra:

a) Tres chicas.

b) Al menos tres chicos.

**Solución:**
LLamamos $A$ : chica.

$$p = P(A) = \frac{16}{20} = 0,8 \Longrightarrow B(20; 0,8)$$

a) $P(X=3) = \left(\begin{array}{c} 5 \\ 3 \end{array}\right) 0,8^3 0,2^2 = 0,2048$

b) Si hay 3 chicos quiere decir que hay 2 chicas, que hay 4 chicos quiere decir que hay 1 chica y que salgan 5 chicos quiere decir que han salido 0 chicas. Está claro que 5 chicos no puede haber.
$P = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) = \left(\begin{array}{c} 5 \\ 0 \end{array}\right) 0,8^0 0,2^5 + \left(\begin{array}{c} 5 \\ 1 \end{array}\right) 0,8^1 0,2^3 + \left(\begin{array}{c} 5 \\ 2 \end{array}\right) 0,8^2 0,2^3 = 0,0579$

**Problema 4** Se ha comprobado que, al aplicar un determinado medicamento, la probabilidad de que elimine el acné a un paciente es del 80 %. Suponiendo independencia de sucesos.

a) Si se lo toman 100 pacientes. ¿Cuál es la probabilidad de que el medicamento actúe con más de 75 pacientes?

b) Si se lo toman 225 pacientes. ¿Cuál es la probabilidad de que el medicamento actúe entre 170 y 190 pacientes?

c) ¿Cuál es el número esperado de pacientes sobre los que NO se eliminará el acné si se toman el medicamento 500 pacientes?

**Solución:**

$$B(100; 0,8)$$

a) $B(100; 0,8)$, $n > 10$, $np = 80 > 5$, $nq = 20 > 5 \Longrightarrow$

$$B(100; 0,8) \overset{N\left(np, \sqrt{npq}\right)}{\longrightarrow} N\left(80, 4\right)$$

Aplicamos la aproximación por continuidad de Yates y tenemos:
$P(X > 75,5) = P\left(Z \geq \dfrac{75,5-80}{4}\right) = P\left(Z \geq -1,13\right) = 1 - P\left(Z \leq -1,13\right) = 1-(1-P\left(Z \leq 1,13\right)) = P\left(Z \leq 1,13\right) = 0,8708$

b) $B(225; 0,8)$, $n > 10$, $np = 180 < 5$, $nq = 45 < 5 \Longrightarrow$

$$B(225; 0,8) \stackrel{N\left(np,\sqrt{npq}\right)}{\longrightarrow} N\left(180, 6\right)$$

Aplicamos la aproximación por continuidad de Yates y tenemos:
$P(169,5 \leq X \leq 190,5) = P\left(\dfrac{169,5-180}{6} \leq Z \leq \dfrac{190,5-180}{6}\right) = P\left(-1,75 \leq Z \leq 1,75\right) = P(Z \leq 1,75) - P(Z \leq -1,75) = P(Z \leq 1,75) - (1 - P(Z \leq 1,75)) = 2P(Z \leq 1,75) - 1 = 2 \cdot 0,9599 - 1 = 0,9198$

c) El número esperado de pacientes que si eliminarán el acné es $E(X) = np = 500 \cdot 0,8 = 400$, luego serán 100 los pacientes que no eliminarán el acné.
Se podría haber pensado como $E(\overline{X}) = nq = 500 \cdot 0,2 = 100$ pacientes que no eliminarían el acné.

**Problema 5** El tiempo que una persona tarda en llegar a su lugar de trabajo sigue una distribución normal de media 20 minutos. Se ha comprobado que el 84,1 % de los días llega antes de 22 minutos. Si durante el año acude a su lugar de trabajo 290 días, ¿cuántos días puede estimar que tardará menos de 18 minutos en llegar?. **Solución:**

$$N(20; \sigma)$$

$$P(X \leq 22) = P\left(Z \leq \frac{22-20}{\sigma}\right) = 0,841 \Longrightarrow \frac{22-20}{\sigma} = 0,995 \Longrightarrow \sigma = 2,01$$

$$N(20; 2,01)$$

$P(X \leq 18) = P\left(Z \leq \dfrac{18-20}{2,01}\right) = P\left(Z \leq -1\right) = 1 - P\left(Z \leq 1\right) = 1 - 0,8413 = 0,1587$
$290P(X \leq 18) = 290 \cdot 0,1587 = 46,023 \simeq 46$ días tardará menos 18 minutos durante ese año.