

Examen de Matemáticas 2º Bachillerato (CN)
Noviembre 2021

Problema 1 (2,5 puntos) Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{cases} mx + 2y - z = 1 \\ 5x - 4y + 2z = 0 \\ x + 3my = m + \frac{2}{5} \end{cases}$$

- a) Discute el sistema según los valores de m .
- b) Resuelve el sistema para $m = 0$. ¿Hay alguna solución en la que $x = 0$? En caso afirmativo, calcúlala. En caso negativo, justifica la respuesta.

Problema 2 (2,5 puntos) En una empresa se fabrican tres tipos de productos plásticos: botellas, garrafas y bidones. Se utiliza como materia prima 10 kg de polietileno cada hora. Se sabe que para fabricar cada botella se necesitan 50 gramos, para cada garrafa 100 gramos y 1 kg para cada bidón. El gerente también nos dice que se debe producir el doble de botellas que de garrafas. Por último, se sabe que por motivos de capacidad de trabajo, en las máquinas se producen en total 52 productos cada hora. ¿Cuántas botellas, garrafas y bidones se producen cada hora?

Problema 3 (2,5 puntos) Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 4 \\ 1 & -4 & -5 \\ -1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$

- a) Comprueba que $A^2 = -A^{-1}$.
- b) Dadas las matrices

$$B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 0 \\ -4 & 5 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -3 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

calcula la matriz X que verifica $A^4 X + B = AC$.

Problema 4 (2,5 puntos) Dada la siguiente matriz: $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

- a) Estudie el rango de la matriz $A - kI$ según los valores de $k \in \mathbb{R}$, donde I es la matriz identidad de orden 3.
- b) Calcule la inversa de $A - kI$ para $k = 0$.