

# Examen de Matemáticas 2º Bachillerato (CS)

## Enero 2021

---

---

**Problema 0.1** Dada la función

$$f(x) = \frac{x^2 - 5x - 14}{x - 1}$$

Se pide:

- Calcular su dominio.
- Calcular sus puntos de corte con los ejes coordenados.
- Calcular su signo.
- Calcular su simetría.
- Calcular sus asíntotas.
- Calcular sus intervalos de crecimiento y decrecimiento, calculando sus extremos relativos.
- Calcular sus intervalos de concavidad y convexidad, calculando sus puntos de inflexión.
- Representación gráfica.
- Calcular las rectas tangente y normal a  $f$  en el punto de abscisa  $x = 0$ .

**Solución:**

- Dominio de  $f$ :  $\text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{1\}$
- Puntos de Corte
  - Corte con el eje  $OX$  hacemos  $f(x) = 0 \implies x^2 - 5x - 14 = 0 \implies (-2, 0)$  y  $(7, 0)$ .
  - Corte con el eje  $OY$  hacemos  $x = 0 \implies f(0) = -5 \implies (0, -5)$ .

c)

	$(-\infty, -2)$	$(-2, 1)$	$(1, 2)$	$(2, +\infty)$
signo	-	+	-	+

- $f(-x) \neq \pm f(x) \implies$  la función no es par ni impar.
- Asíntotas:

- **Verticales:**  $x = 1$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 5x - 14}{x - 1} = \pm\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 - 5x - 14}{x - 1} = \left[ \frac{-18}{0^-} \right] = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 5x - 14}{x - 1} = \left[ \frac{-18}{0^+} \right] = -\infty$$

- **Horizontales:** No hay

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 5x - 14}{x - 1} = \infty$$

- **Oblicuas:**  $y = mx + n$

$$m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 5x - 14}{x^2 - x} = 1$$

$$n = \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - mx) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 - 5x - 14}{x - 1} - x \right) = -4$$

Luego la asíntota oblicua es  $y = x - 4$

f)

$$f'(x) = \frac{x^2 - 2x + 19}{(x - 1)^2} \neq 0 \implies \text{no hay extremos relativos}$$

La derivada de la función  $f'(x) > 0$  en todo el dominio de la función  $\implies f$  es creciente en  $\mathbb{R} - \{1\}$ .

g)

$$f''(x) = -\frac{36}{(x - 1)^3} \neq 0$$

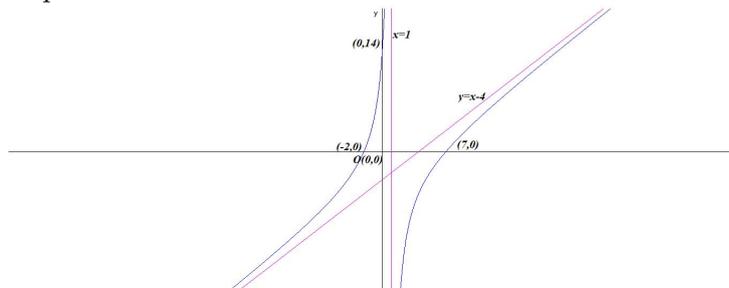
Luego la función no tiene puntos de inflexión.

	$(-\infty, 1)$	$(1, +\infty)$
$f''(x)$	+	-
$f(x)$	cóncava $\smile$	convexa $\frown$

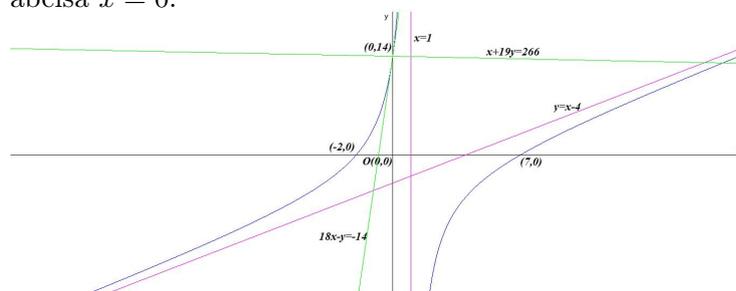
Convexa:  $(1, \infty)$

Cóncava:  $(-\infty, 1)$

h) Representación:



- i) Calcular las rectas tangente y normal a la gráfica de  $f$  en el punto de abscisa  $x = 0$ :



Como  $m = f'(0) = 19$  tenemos que

$$\text{Recta Tangente : } y - 14 = 19x \implies 18x - y = -14$$

$$\text{Recta Normal : } y - 14 = -\frac{1}{19}x \implies x + 19y = 266$$

Como  $f(0) = 14$  las rectas pasan por el punto  $(0, 14)$ .