

## Examen de Matemáticas 2º Bachillerato (CN)

Noviembre 2020

---

---

**Problema 1** (2 puntos) Se considera el siguiente sistema de ecuaciones dependientes del parámetro real  $a$ :

$$\begin{cases} x + ay + z = a + 1 \\ -ax + y - z = 2a \\ -y + z = a \end{cases}$$

Se pide:

- a) Discutir el sistema según los diferentes valores de  $a$ .
- b) Resolver el sistema para  $a = 0$ .

**Problema 2** (2 puntos) Sea la matriz  $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ m & 0 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $m \in \mathbb{R} - \{0\}$ .

- a) Hallar  $\alpha$  y  $\beta$  de tal forma que  $A^2 = \alpha A + \beta I$ , siendo  $I$  la matriz identidad.
- b) Calcular  $A^5$  utilizando la anterior igualdad.

**Problema 3** (2 puntos) Se quiere construir un invernadero para el cultivo de semillas con ambiente controlado de temperatura, humedad y composición del aire. El aire que hay que suministrar debe contener un 78 % de nitrógeno, un 21 % de oxígeno y un 1 % de argón.

- a) Si la capacidad del invernadero es 2000 litros, determine cuántos litros de nitrógeno, cuántos de oxígeno y cuántos de argón son necesarios.
- b) Para suministrar el aire se dispone de tres mezclas gaseosas  $A$ ,  $B$  y  $C$ , cuya composición se expresa en la tabla adjunta. Obtenga la cantidad que hay que utilizar de cada mezcla para llenar el invernadero de aire con la composición requerida.

Mezcla	Nitrógeno	Oxígeno	Argón
$A$	80 %	20 %	0 %
$B$	70 %	20 %	10 %
$C$	60 %	40 %	0 %

**Problema 4** (2 puntos) Dada la matriz  $A = \begin{pmatrix} k & 0 & 1 \\ 0 & k-1 & k-1 \\ k & 1 & k-3 \end{pmatrix}$

- a) Halle los valores del parámetro  $k$  para los que la matriz  $A$  tiene inversa.
- b) Tomando el valor  $k = -1$  en la matriz  $A$ , calcule la matriz  $X$  que verifica que:  $AX = 24I_3$ , siendo  $I_3$  la matriz identidad de orden 3.

**Problema 5** (2 puntos) Para la ecuación matricial  $A^2X + AB = B$ , se pide:

- a) Despejar  $X$  suponiendo que  $A$  (y por tanto  $A^2$ ) es invertible, y decir cuáles serían las dimensiones de  $X$  y de  $B$  si  $A$  tuviera dimensión  $4 \times 4$  y  $B$  tuviera 3 columnas.

- b) Resolverla en el caso en que  $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -3 \end{pmatrix}$