Examen de Matemáticas 2ºBachillerato(CS)

Mayo 2020

Problema 1 Dada la función: $f(x) = \dfrac{x^2+1}{x^2-4}$

a) Su dominio y los puntos de corte con los ejes OX y OY.

b) Las asíntotas.

c) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos que existan.

d) Determinar los intervalos de concavidad y convexidad y los puntos de inflexión que existan.

e) Finalmente, con los datos obtenidos en los apartados anteriores, dibujar su gráfica.

Problema 2 Dada la función, determinar los valores de a y b para los que la función es continua en $x = -2$ y en $x = 0$.

$$f(x) = \begin{cases} -6x+3 & \text{si} \quad -4 < x < -2 \\ x^2+ax+5 & \text{si} \quad -2 \le x < 0 \\ \frac{x+15}{x+b} & \text{si} \quad 0 \le x < 3 \end{cases}$$

Problema 3 Un estudio basado en los datos censales sobre la evolución de la población en una ciudad española revela que, en el período 2005-2015, el número de habitantes (en miles) sigue la función

$$p(t) = (t-2)^2(1-2t) + 252t + 116$$

donde t indica el tiempo medido en años, siendo $t = 0$ el tiempo correspondiente al año 2005. Tomando $p(t)$, determina los periodos de crecimiento y decrecimiento del número de habitantes de dicha ciudad. ¿En qué momento del tiempo el número de habitantes es máximo? ¿Qué número de habitantes tiene la ciudad en ese momento?

Problema 4 La función real de variable real, $f(x)$, se define según la siguiente expresión:

$$f(x) = \begin{cases} e^x + k & \text{si} \quad x \le 0 \\ 1 - x^2 & \text{si} \quad 0 < x \le 3 \\ \frac{1}{x-3} & \text{si} \quad x > 3 \end{cases}$$

a) Analícese la continuidad de la función en todo su dominio según los valores de k.

b) Considerando $k = 0$, obténgase el área del recinto acotado delimitado por la función $f(x)$, el eje de abscisas y las rectas $x = -1$ y $x = 1$.