Problemas de Matemáticas II Aplicadas a las Ciencias Sociales Probabilidad (PAU 2018-2019)

Isaac Musat Hervás

8 de febrero de 2020

Índice

Teoría

Frecuencia absoluta de un suceso A es el número de veces que se repite dicho suceso $\Longrightarrow f(A)$

Frecuencia relativa de un suceso A es la proporción de veces que ha sucedido A de N experiencias $\Longrightarrow f_r(A) = \dfrac{f(A)}{N}$

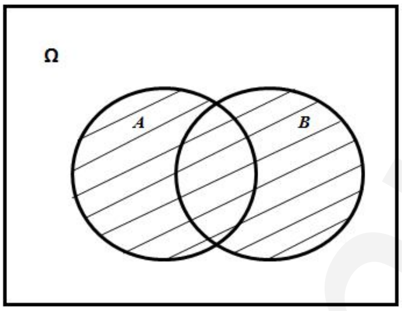
Ley de los grandes números: $\lim\limits_{N \longrightarrow \infty} f_r(A) = P(A)$

Ley de Laplace: $P(A) = \dfrac{\text{Número de casos favorables}}{\text{Número de casos posibles}}$

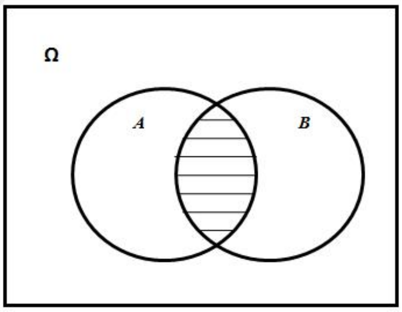
$\Omega \equiv$ **Espacio muestral** es el de todos los sucesos, sería el suceso seguro: $P(\Omega) = 1$.

$\emptyset \equiv$ **Espacio vacio** es el de ningún suceso, sería el suceso imposible: $P(\emptyset) = 0$.

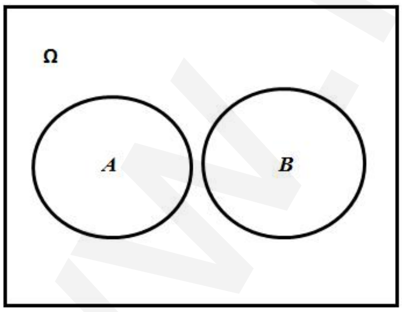
Diagramas de Venn: (esquemas usados en la teoría de conjuntos)



Unión de dos conjuntos: Es el total de todos los elementos del conjunto A con todos los de B: $A \cup B$



Intersección de dos conjuntos: Es el total de todos los elementos comunes entre los conjuntos A y B: $A \cap B$



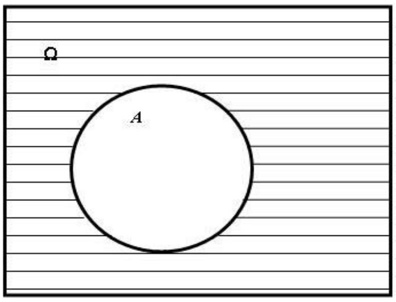
Sucesos Incompatibles: Dos sucesos son incompatibles si su intersección es vacía. $A \cap B = \emptyset \Longrightarrow P(A \cap B) = 0$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

En el caso de que los dos sucesos sean incompatibles la fórmula quedaría:

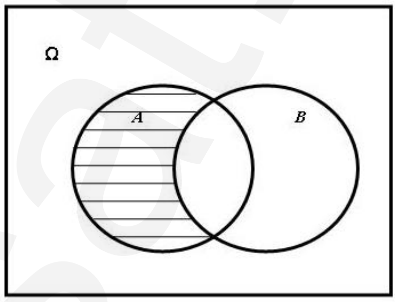
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Sucesos independientes: Dos sucesos son independientes si $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$.



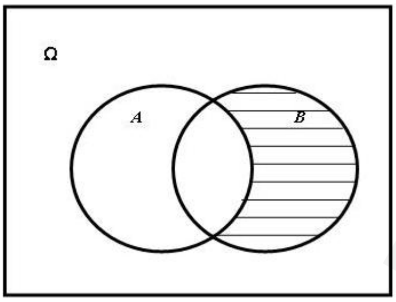
$\overline{A}$ es el suceso contrario o complementario de A:

$$\overline{A} = \Omega - A \Longrightarrow P(\overline{A}) = 1 - P(A)$$



$P(A \cap \overline{B}) = P(A) - P(A \cap B)$

$P(\overline{A} \cap B) = P(B) - P(A \cap B)$



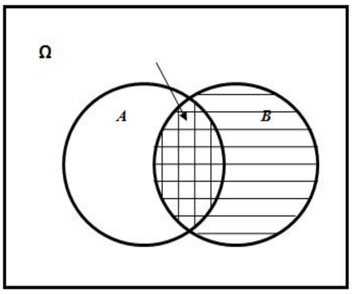
Leyes de Morgan: $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$ y $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$

Probabilidad condicionada: es la probabilidad de que ocurra un suceso A sabiendo que ha ocurrido el suceso B: $P(A|B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)}$

Teorema de Bayes: $P(A|B) = \dfrac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$

Teorema de la probabilidad total: Si $A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4 \cup A_5 = \Omega$ y los sucesos A_i con $i = 1, ..., 5$ son incompatibles dos a dos (intersección vacía), entonces:

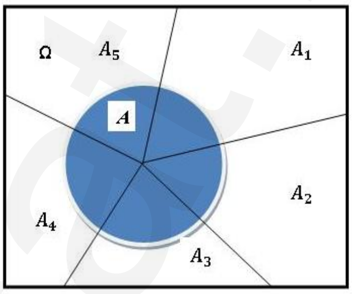
$$P(A) = P(A_1)P(A|A_1) + P(A_2)P(A|A_2) + P(A_3)P(A|A_3) + P(A_4)P(A|A_4) + P(A_5)P(A|A_5)$$



Probabilidad condicionada:

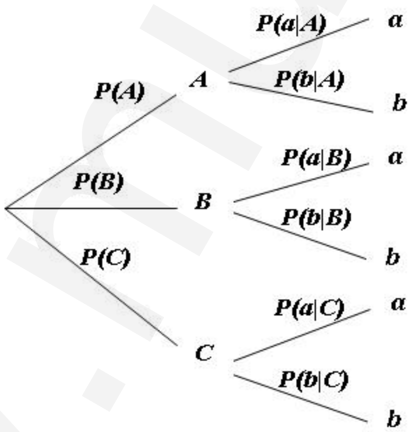
$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

probabilidad total



$$P(A) = P(A_1)P(A|A_1)+P(A_2)P(A|A_2)+P(A_3)P(A|A_3)+P(A_4)P(A|A_4)+P(A_5)P(A|A_5)$$

Organización por árboles:



Organización por tablas de contingencia:

	Renault	Seat	Mercedes	Totales
Blanco	15	20	10	45
Negro	300	455	200	955
	315	475	210	1000

$$P(B|S) = \frac{20}{475}, \;\; P(N|M) = \frac{200}{210}, \;\; P(B) = \frac{45}{1000}, \;\; P(M) = \frac{210}{1000}$$

Problemas

1. Aragón

1.1. Convocatoria Ordinaria junio de 2019

Problema 1.1 Según los datos del Instituto Nacional de Estadística, el 49,3 % de la población aragonesa son hombres y el 50,7 % son mujeres. Del total de hombres, un 80,9 % tienen menos de 65 años; del total de mujeres, un 75,9 % tienen menos de 65 años.

a) Elegimos una persona de Aragón al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea una mujer de menos de 65 años?

b) Elegimos una persona de Aragón al azar, ¿cuál es la probabilidad de que tenga menos de 65 años?

c) Elegimos una persona de Aragón de entre las que tienen menos de 65 años, ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer?

d) Si se eligen al azar (con reemplazamiento) tres personas de Aragón, ¿cuál es la probabilidad de que al menos una de las tres sea mujer?

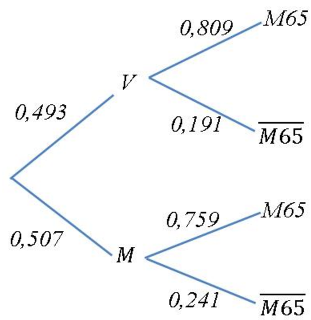
Solución:

LLamamos V : al suceso hombre, M al suceso mujer y $M65$ al suceso "menos de 65 años":

a)

$$P(M \cap M65) = P(M65|M)P(M) = 0,759 \cdot 0,507 = 0,385$$

b)



$$P(M65) = P(M65|V)P(V) + P(M65|M)P(M) =$$

$$0,809 \cdot 0,493 + 0,759 \cdot 0,507 = 0,784$$

c)

$$P(M|M65) = \frac{P(M65|M)P(M)}{P(M65)} = \frac{0,759 \cdot 0,507}{0,784} = 0,49$$

d)

$$P(\text{al menos una es mujer}) = 1 - P(VVV) = 1 - 0,493^3 = 0,88$$

1.2. Convocatoria Extraordinaria julio de 2019

Problema 1.2 Una empresa tiene 64 trabajadores repartidos en tres departamentos: Administración, Producción y Ventas. Se ha hecho un estudio sobre si los trabajadores saben inglés o no, con los siguientes resultados:

	Administración	Producción	Ventas
Sabe Inglés	12	30	6
No sabe Inglés	4	11	1

a) Elegimos al azar un trabajador de la empresa, ¿cuál es la probabilidad de que sepa inglés?

b) Elegimos al azar un trabajador de entre los que saben inglés, ¿cuál es la probabilidad de que sea del departamento de Ventas?

c) Elegimos al azar un trabajador de la empresa. Sea A el suceso "el trabajador es del departamento de Administración" y B el suceso "el trabajador sabe inglés". ¿Son los sucesos A y B independientes?

d) Elegimos al azar (sin reemplazamiento) tres trabajadores de la empresa. ¿Cuál es la probabilidad de que sean del mismo departamento?

Solución:

LLamamos A : al suceso "el trabajador es del departamento de Administración", B al suceso "el trabajador sabe inglés", P al suceso "el trabajador es de producción" y V al suceso "el trabajador es de ventas".

	A	P	V	Total
B	$0,188$	$0,469$	$0,094$	$0,75$
$\overline{B}$	$0,062$	$0,171$	$0,016$	$0,25$
Total	$0,250$	$0,640$	$0,110$	1

a) $P(B) = 0,75$

b) $P(V|B) = \dfrac{P(V \cap B)}{P(B)} = \dfrac{0,094}{0,75} = 0,1253$

c) $\left\{ \begin{array}{l} P(A \cap B) = 0,1875 \\ P(A) = 0,250 \\ P(B) = 0,75 \end{array} \right. \Longrightarrow \left\{ \begin{array}{l} P(A \cap B) = 0,1875 \\ P(A) \cdot P(B) = 0,250 \cdot 0,75 = 0,1875 \end{array} \right. \Longrightarrow$
$P(A \cap B) = P(S) \cdot P(B) \Longrightarrow$ A y B son independientes.

d) $P(\text{mismo departamnto}) = P(AAA) + P(PPP) + P(VVV) = \dfrac{16}{64} \cdot \dfrac{15}{63} \cdot \dfrac{14}{62} + \dfrac{41}{64} \cdot \dfrac{40}{63} \cdot \dfrac{39}{62} + \dfrac{7}{64} \cdot \dfrac{6}{63} \cdot \dfrac{5}{62} = 0,27$

2. Asturias

2.1. Convocatoria Ordinaria junio de 2019

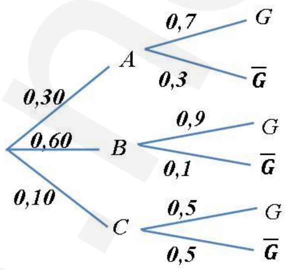
Problema 2.1 El abogado A se encargó del 30 % de los casos que llegaron a un bufete el año pasado, de los cuales ganó el 70 % en los tribunales. El abogado B se encargó del 60 % de los casos que llegaron, de los que ganó en los tribunales el 90 %. Por último, el abogado C se encargó del 10 % restante de casos, ganando en los tribunales el 50 % de ellos. Si se elige al azar un caso de los que llegó el año pasado al bufete:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que se haya ganado en los tribunales?

b) Si el caso elegido se ganó, ¿cuál es la probabilidad de que lo haya llevado el abogado B?

Solución:
LLamamos G al suceso gana.

a)



$$P(G) = P(G|A)P(A)+P(G|B)P(B)+P(G|C)P(C) =$$

$$0,7\cdot 0,3+0,9\cdot 0,6+0,5\cdot 0,1 = 0,8$$

b)

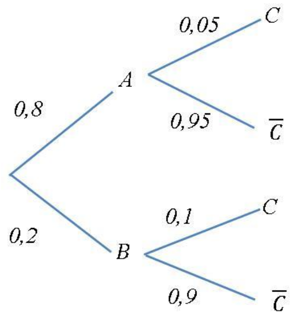
$$P(B|G) = \frac{P(G|B)P(B)}{P(G)} = \frac{0,9\cdot 0,6}{0,8} = 0,67$$

Problema 2.2 En el almacén de un supermercado hay 400 tetrabriks de leche de la marca A y 100 de la marca B. Además se sabe que el 5 % de los tetrabriks de la marca A están caducados, así como el 10 % de los tetrabriks de la marca B. Si se elige un tetrabrik de leche al azar de esos 500 tetrabriks que hay en el almacén, se pide:

a) Determinar la probabilidad de que sea de la marca B y no esté caducado.

b) Determinar la probabilidad de que sea de la marca B o esté caducado.

Solución:
LLamamos C al suceso caducado.



a) $P(B\cap\overline{C}) = P(\overline{C}|B)P(B) = 0,9\cdot 0,2 = 0,18$

b) $P(B\cap C) = P(C|B)P(B) = 0,1\cdot 0,2 = 0,02$

$P(B\cup C) = P(B)+P(C)-P(B\cap C) = 0,2+0,06-0,02 = 0,24$

2.2. Convocatoria Extraordinaria julio de 2019

Problema 2.3 De los estudiantes de secundaria que fueron al viaje de estudios, se determina que tres quintas partes de ellos han consumido alcohol y que un cuarto de ellos han fumado. Además se sabe que el veinte por ciento de ellos han consumido alcohol y fumado.

a) Si un estudiante elegido al azar ha fumado, ¿cuál es la probabilidad de que haya consumido alcohol?

b) Si se elige un estudiante al azar, ¿cuál es la probabilidad de que no haya fumado y no haya bebido alcohol?

Solución:
LLamamos A al suceso "han consumido alcohol" y F al suceso "han fumado".

$$P(A) = \frac{3}{5},\quad P(F) = \frac{1}{4},\quad P(A\cap F) = 0,2$$

a) $P(A|F) = \dfrac{P(A\cap F)}{P(F)} = \dfrac{0,2}{1/4} = 0,8$

b) $P(\overline{A}\cap\overline{F}) = P(\overline{A\cup F}) = 1-P(A\cup F) = 1-(P(A)+P(F)-P(A\cap F)) = 1-\left(\frac{3}{5}+\frac{1}{4}-0,2\right) = 0,35$

Problema 2.4 En una agencia de viajes online se ha observado que el 80 % de los clientes compra un billete de avión, el 60 % compra un bono de hotel y el 50 % compra las dos cosas. Elegido un cliente al azar de esa agencia, se pide:

a) Calcular la probabilidad de que compre un billete de avión o un bono de hotel.

b) Calcular la probabilidad de que compre un bono de hotel si se sabe que compró un billete de avión.

Solución:
LLamamos A al suceso "compra billete de avión" y H al suceso "compra bono de hotel".

$$P(A) = 0,8, \quad P(H) = 0,6, \quad P(A\cap H) = 0,5$$

a) $P(A\cup H) = P(A) + P(H) - P(A\cap H) = 0,8 + 0,6 - 0,5 = 0,9$

b) $P(H|A) = \dfrac{P(H\cap A)}{P(A)} = \dfrac{0,5}{0,8} = 0,625$

3. Islas Baleares

3.1. Convocatoria Ordinaria junio de 2019

Problema 3.1 Tenemos un dado equilibrado y dos urnas, ambas con las bolas que describimos a continuación:

- Urna I: 1 bola negra, 3 bolas rojas y 6 bolas verdes.
- Urna II: 2 bolas negras, 6 bolas rojas y 2 bolas verdes.

Lanzamos el dado. Si sale 1 o 2, vamos a la urna I. Si sale 3, 4, 5 o 6, acudimos a la urna II. Extraemos al azar una bola de la urna correspondiente.

a) Hacer un diagrama de árbol que represente el experimento con todas las probabilidades.

b) Calcular las probabilidades siguientes:

   a) $p(\{3,4,5,6\}$ y $\{\text{bola roja}\})$.
   b) $p(\{\text{bola verde}\}|\{1\})$.
   c) $p(\{\text{bola roja}\}|\{5\})$.
   d) $p(\{2\}$ y $\{\text{bola verde}\})$.

c) Calcular la probabilidad de que la bola extraída haya sido roja y que haya sido negra. ¿Cuál es la probabilidad de que la bola extraída haya sido verde? ¿Cuánto vale la suma de las tres probabilidades? Justifica la respuesta.

Solución:
LLamamos C al suceso caducado.

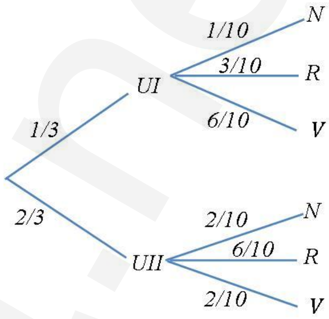
a) Calculamos:

$p(\{3,4,5,6\}$ y $\{\text{bola roja}\}) = \text{P}(\text{UII} \cap \text{R}) = \dfrac{6}{10} \cdot \dfrac{2}{3} = \dfrac{2}{5}$.

$p(\{\text{bola verde}\}|\{1\}) = \text{P}(\text{V}|\text{UI}) = \dfrac{6}{10} = \dfrac{3}{5}$.

$p(\{\text{bola roja}\}|\{5\}) = \text{P}(\text{R}|\text{UII}) = \dfrac{6}{10} = \dfrac{3}{5}$.

$p(\{2\}$ y $\{\text{bola verde}\}) = \dfrac{1}{6} \cdot \dfrac{6}{10} = \dfrac{1}{10}$.



b) $P(R) = P(R|UI)P(UI) + P(R|UII)P(UII) = \dfrac{3}{10} \cdot \dfrac{1}{3} + \dfrac{6}{10} \cdot \dfrac{2}{3} = \dfrac{1}{2}$

$P(N) = P(N|UI)P(UI) + P(N|UII)P(UII) = \dfrac{1}{10} \cdot \dfrac{1}{3} + \dfrac{2}{10} \cdot \dfrac{2}{3} = \dfrac{1}{6}$

$P(V) = P(V|UI)P(UI) + P(V|UII)P(UII) = \dfrac{6}{10} \cdot \dfrac{1}{3} + \dfrac{2}{10} \cdot \dfrac{2}{3} = \dfrac{1}{3}$

$$P(R) + P(N) + P(V) = 1$$

Problema 3.2 Tenemos dos urnas descritas a continuación:

- Urna I: 2 bolas negras, 1 bola roja y 3 bolas verdes.
- Urna II: 1 bola negra, 2 bolas rojas y 1 bola verde.

El experimento consiste en extraer una bola al azar de la urna I, introducirla en la urna II, remover y extraer, finalmente, una bola al azar de la urna II.

a) Hacer un diagrama en árbol que represente el experimento con las probabilidades asociadas.

b) Calcular la probabilidad de que la segunda bola extraída sea

  a) $p(\{\text{bola roja}\})$.
  b) $p(\{\text{bola negra}\})$.
  c) $p(\{\text{bola verde}\})$.

c) Sabiendo que la segunda bola ha sido negra, ¿cuál es la probabilidad de que la primera también lo fuera?

d) ¿Cuál es la probabilidad de que la primera fuera roja siendo roja la segunda?

Solución:

a) Calculamos:

$P(R2) = P(R2|N1)P(N1) + P(R2|R1)P(R1) +$

$P(R2|V1)P(V1) = \frac{2}{5}\cdot\frac{2}{6} + \frac{3}{5}\cdot\frac{1}{6} + \frac{2}{5}\cdot\frac{3}{6} = \frac{13}{30} = 0,433$

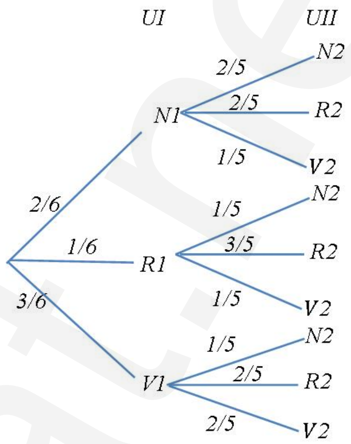
$P(N2) = P(N2|N1)P(N1) + P(N2|R1)P(R1) +$

$P(N2|V1)P(V1) = \frac{2}{5}\cdot\frac{2}{6} + \frac{1}{5}\cdot\frac{1}{6} + \frac{1}{5}\cdot\frac{3}{6} = \frac{4}{15} = 0,267$

$P(V2) = P(V2|N1)P(N1) + P(V2|R1)P(R1) +$

$P(V2|V1)P(V1) = \frac{1}{5}\cdot\frac{2}{6} + \frac{1}{5}\cdot\frac{1}{6} + \frac{2}{5}\cdot\frac{3}{6} = \frac{3}{10} = 0,3$

$$P(R) + P(N) + P(V) = 1$$



b) $P(N1|N2) = \dfrac{P(N2|N1)P(N1)}{P(N2)} = \dfrac{\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{6}}{\frac{4}{15}} = \dfrac{1}{2} = 0,5$

c) $P(R1|R2) = \dfrac{P(R2|R1)P(R1)}{P(R2)} = \dfrac{\frac{3}{5}\cdot\frac{1}{6}}{\frac{13}{30}} = \dfrac{3}{13} = 0,231$

3.2. Convocatoria Extraordinaria julio de 2019

Problema 3.3 En una máquina se han fabricado 100 piezas, de las cuales 15 han presentado algún defecto.

a) Calcular la proporción de piezas que no son defectuosas.

b) Calcular la probabilidad de que, si examinamos dos piezas al azar, ambas resulten defectuosas.

c) Si cogemos dos piezas al azar y la primera es defectuosa, ¿cuál es la probabilidad de que la segunda no lo sea?

Solución:
LLamamos D al suceso defectuosas.

a) $P(D) = \dfrac{15}{100} = 0,15$ y $P(\overline{D}) = 1 - P(D) = 1 - 0,15 = 0,85$

b) $P(DD) = \dfrac{15}{100}\cdot\dfrac{14}{99} = \dfrac{7}{330} = 0,021$

c) $P(\overline{D2}|D1) = \dfrac{85}{99} = 0,86$

Problema 3.4 El Una empresa tiene dos fábricas, en la primera son donde mujeres el 60 % de los trabajadores y en la segunda son hombres el 55 % de los trabajadores. Se elige al azar un trabajador de cada fábrica para pertenecer al comité de empresa. Supongamos que el hecho de pertenecer a una fábrica es independiente de pertenecer a la otra.

a) Calcular la probabilidad de los sucesos siguientes:

   a) $A =$ "Ambos son hombres".
   b) $B =$ "Sólo uno es mujer".
   c) $C =$ "Ambos son mujeres".

b) Razona si el suceso contrario del evento C es el A, el B, el $A \cap B$, el $A \cup B$ o algún otro suceso, y Calcular su probabilidad.

Solución:
LLamamos $F1$: a la primera fábrica, $F2$ a la segunda, H a hombre y M a mujer.

	Hombre	Mujer
$F1$	$0,4$	$0,6$
$F2$	$0,55$	$0,45$

a) $P(A) = P(H1 \cap H2) = 0,4 \cdot 0,55 = 0,22$

   $P(B) = P(M1 \cap H2) + P(H1 \cap M2) = 0,6 \cdot 0,55 + 0,4 \cdot 0,45 = 0,51$

   $P(C) = P(M1 \cap M2) = 0,6 \cdot 0,45 = 0,27$

b) $\overline{C} = A \cup B \Longrightarrow P(C) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,22 + 0,51 = 0,73$

4. Islas Canarias

4.1. Convocatoria Ordinaria junio de 2019

Problema 4.1 Una empresa fabrica altavoces para equipos de cine en casa en tres factorías situadas en Japón, Alemania y España. Estos altavoces son de 4 tipos: central, delanteros, efectos y "subwoofer". En Japón se fabrican altavoces de los 4 tipos siendo idéntica la cantidad de cada uno. En Alemania sólo se fabrican los "subwoofer" y de efectos, siendo la producción de los de efectos doble que los otros. En España se fabrican todos menos el "subwoofer", con idéntica producción de cada tipo. Finalmente, también sabemos que la producción de la fábrica de Japón es doble que la de Alemania, y ésta coincide con la española.

a) Construir el árbol de probabilidades.

b) Elegido, al azar un altavoz fabricado por esta empresa, ¿cuál es la probabilidad de que sea un altavoz central?

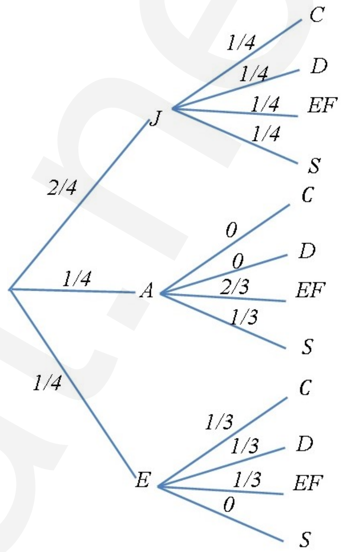
c) Si compramos un altavoz central de esta empresa, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido fabricado en España?

Solución: LLamamos J : a Japón, A : a Alemania, E : a España, C : a central, D a delanteros, EF : a efectos y S : a "subwoofer".

a)

$$P(C)=P(C|J)P(J)+P(C|A)P(A)+P(C|E)P(E)=$$

$$\frac{1}{4}\cdot\frac{2}{4}+0\cdot\frac{1}{4}+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{4}=\frac{5}{24}=0,208$$



b)

$$P(E|C)=\frac{P(C|E)P(E)}{P(C)}=\frac{\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{4}}{\frac{5}{24}}=\frac{2}{5}=0,4$$

4.2. Convocatoria Extraordinaria julio de 2019

Problema 4.2 Una empresa informática comercializa un programa de retoque fotográfico. Un 50 % de las licencias de este programa se han vendido para sistemas Windows, un 40 % para MacOS y un 10 % para Linux. Transcurrido un año de la compra, renuevan la licencia un 90 % de los usuarios de Windows, un 60 % de los de Linux y un 75 % de los de MacOS.

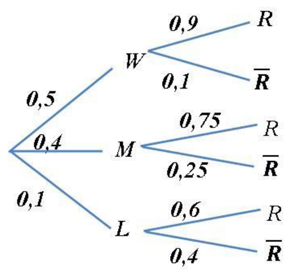
a) Construir el árbol de probabilidades.

b) Se recibe una llamada de un usuario que ha renovado la licencia. ¿Cuál es la probabilidad de que sea un usuario Linux?

c) Se eligen al azar 10 propietarios de licencias de este programa para una encuesta de opinion. ¿Cuál es la probabilidad de que al menos uno de ellos sea usuario Linux?

Solución: LLamamos W : a Windows, M : a MacOS, L : a Linux y R : a renueva.

a) $P(R)=P(R|W)P(W)+P(R|M)P(M)+P(R|L)P(L)=0,9\cdot 0,5+0,75\cdot 0,4+0,6\cdot 0,1=0,81$



$$P(L|R)=\frac{P(R|L)P(L)}{P(R)}=\frac{0,6\cdot 0,1}{0,81}=0,074$$

b) $p=P(L)=0,1\Longrightarrow B(10;0,1)$

$$P(X\geq 1)=1-P(X=0)=1-\begin{pmatrix}10\\0\end{pmatrix}0,1^0\cdot 0,9^{10}=0,65$$

5. Cantabria

5.1. Convocatoria Ordinaria junio de 2019

Problema 5.1 De los 360 alumnos de nuevo ingreso de la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales, conocemos el número de matriculados en el Centro de Idiomas de la Universidad.

Los datos completos aparecen en la siguiente tabla:

	Matriculados Idiomas	No Matriculados Idiomas	Total
Económicas	57	63	120
Adminis. y D.Empre	106	134	240
Total	163	197	360

Elegido un alumno al azar,

a) ¿Calcular la probabilidad de que no esté matriculado en el Centro de Idiomas?

b) Si sabemos que el alumno pertenece al Grado en Económicas, ¿cuál es la probabilidad de que esté inscrito en el Centro de Idiomas?

c) Calcular la probabilidad de que sea del Grado en Administración y D. de Empresas y no esté inscrito en el Centro de Idiomas.

Solución: LLamamos I : a Inglés, E : a Económicas y A : a Administración y dirección de Empresa.

a) $P(\overline{I}) = \dfrac{197}{360} = 0,547$

b) $P(I|E) = \dfrac{P(I \cap E)}{P(E)} = \dfrac{57/360}{120/360} = \dfrac{19}{40} = 0,475$

c) $P(A \cap \overline{I}) = \dfrac{134}{360} = 0,37$

5.2. Convocatoria Extraordinaria julio de 2019

Problema 5.2 Se tienen dos urnas. La urna I tiene 2 bolas negras, 3 rojas y 5 amarillas. La urna II contiene 3 bolas negras, 4 rojas y 3 amarillas. Se lanza un dado. Si sale 1, 3 o 5, se extrae una bola de la urna I. Si sale 2, 4 o 6, se extrae una bola de la urna II.

a) Calcular la probabilidad que tenemos de extraer una bola amarilla.

b) Si hemos extraído una bola roja, ¿cuál es la probabilidad de que se haya extraído de la urna I?

c) ¿Cuál es la probabilidad de extraer una bola amarilla de la urna II?

Solución:
LLamamos UI : a la urna I, UII a la urna II, N bola negra, R bola roja y A bola amarilla.

a)

$$P(A) = P(A|UI)P(UI) + P(A|UII)P(UII) =$$

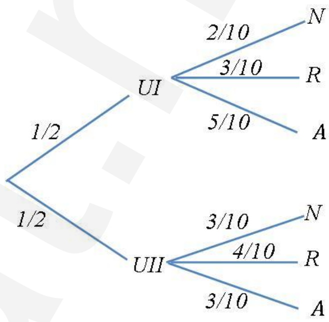
$$\frac{5}{10}\cdot\frac{1}{2} + \frac{3}{10}\cdot\frac{1}{2} = \frac{2}{5} = 0,4$$

b)

$$P(R) = P(R|UI)P(UI) + P(R|UII)P(UII) =$$

$$\frac{3}{10}\cdot\frac{1}{2} + \frac{2}{5}\cdot\frac{1}{2} = \frac{7}{20} = 0,35$$

$$P(UI|R) = \frac{P(R|UI)P(UI)}{P(R)} = \frac{\frac{3}{10}\cdot\frac{1}{2}}{\frac{7}{20}} = \frac{3}{7} = 0,429$$



c)

$$P(A \cap UII) = P(A|UII)P(UII) = \frac{3}{10}\cdot\frac{1}{2} = \frac{3}{20} = 0,15$$

6. Castilla León

6.1. Convocatoria Ordinaria junio de 2019

Problema 6.1 El 15 % de los paquetes repartidos por una empresa de transporte llegan defectuosos. Entre los paquetes que llegan defectuosos un 9 % llega fuera de plazo, mientras que entre los no defectuosos sólo un 2 % llega fuera de plazo. Se elige un paquete al azar repartido por esta empresa:

a) Calcula la probabilidad de que el paquete elegido llegue fuera de plazo.

b) Sabiendo que el paquete elegido llega fuera de plazo, ¿qué probabilidad hay de que llegue defectuoso?

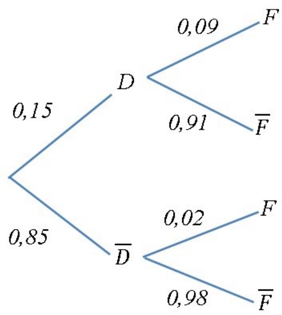
Solución:

LLamamos D : a defectuoso y F fuera de plazo.

a)

$$P(F) = P(F|D)P(D) + P(F|\overline{D})P(\overline{D}) =$$

$$0,09 \cdot 0,15 + 0,02 \cdot 0,85 = 0,0305$$



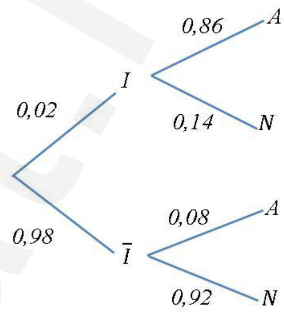
b)

$$P(D|F) = \frac{P(F|D)P(D)}{P(F)} = \frac{0,09\cdot 0,15}{0,0305} = 0,443$$

6.2. Convocatoria Extraordinaria julio de 2019

Problema 6.2 Una multinacional farmacéutica elabora un test para la detección precoz de la enfermedad producida por el virus del Ébola. El test da positivo en el 86 % de las personas que

son portadoras del virus y da negativo en el 92 % de las personas que no son portadoras del virus. Además, en una cierta zona geográfica el 2 % de la población es portadora del virus. Se elige al azar una persona de esa zona geográfica y se la somete al test. Calcula razonadamente la probabilidad de que sea portadora del virus sabiendo que el test ha dado positivo.
Solución:
LLamamos I : a infectado, A da positivo y N da negativo.



- $$P(A) = P(A|I)P(I) + P(A|\overline{I})P(\overline{I}) =$$
  $$0,86 \cdot 0,02 + 0,08 \cdot 0,98 = 0,0956$$

- $$P(I|A) = \frac{P(A|I)P(I)}{P(A)} = \frac{0,86 \cdot 0,02}{0,0956} = 0,18$$

Problema 6.3 Supongamos que tenemos una moneda de 2 euros trucada de manera que la probabilidad de que al lanzarla al aire salga cara es el triple de que salga cruz. Calcula razonadamente la probabilidad de que al lanzarla una vez al aire salga cruz.
Solución:
LLamamos C : cara y X cruz.
Cada cuatro veces se lance la moneda tres veces debería salir cruz: $P(X) = \dfrac{1}{4}$

Problema 6.4 Se consideran dos sucesos independientes A y B. Si la probabilidad de que ocurra A es $\frac{1}{2}$ y la probabilidad de que ocurran ambos a la vez es $\frac{1}{3}$, calcula la probabilidad de que no ocurra A y no ocurra B .
Solución:
Como A y B son dos sucesos independientes: $P(A\cap B) = P(A)P(B) = \frac{1}{2}\cdot P(B) = \frac{1}{3} \Longrightarrow P(B) = \frac{2}{3}$

$$P(\overline{A}\cap\overline{B}) = P(\overline{A\cup B}) = 1-P(A\cup B) = 1-(P(A)+P(B)-P(A\cap B)) = 1-\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{3}-\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{6}$$

7. Castilla La Mancha

7.1. Convocatoria Ordinaria junio de 2018

Problema 7.1 En un cierto banco el 5 % de los créditos concedidos son para la compra de una casa. De los créditos concedidos para la compra de una casa, el 40 % resultan impagados. Del resto de créditos concedidos que no son para la compra de una casa, se sabe que el 10 % de ellos resultan impagados.

a) Calcula la probabilidad de que elegido un crédito al azar sea de los impagados.

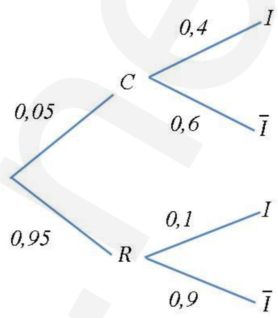
b) Sabiendo que un crédito se ha pagado, ¿cuál es la probabilidad de que el crédito fuera para una casa?

Solución:
LLamamos I : a impago, C a casa y R al resto.

a)

$$P(I) = P(I|C)P(C) + P(I|R)P(R) =$$

$$0,4 \cdot 0,05 + 0,1 \cdot 0,95 = 0,115$$



b)

$$P(C|\bar{I}) = \frac{P(\bar{I}|C)P(C)}{P(\bar{I})} = \frac{0,6 \cdot 0,05}{1 - 0,115} = 0,0339$$

Problema 7.2 En una clase de pintura hay 27 alumnos, 14 son de Albacete, 5 son de Cuenca y 8 de Toledo.

a) Se sortean dos entradas entre todos los alumnos, ¿cuál es la probabilidad de que ambas entradas le toquen a alumnos que no son de Albacete? (pueden tocarle al mismo alumno las dos entradas).

b) Si sorteamos 5 entradas, de una en una, de forma que no participa en el sorteo la persona que ya le haya tocado una entrada, ¿cuál es la probabilidad de que las 5 sean para alumnos de Cuenca?

Solución:
LLamamos A : de Albacete, C de Cuenca y T de Toledo.

$$P(A) = \frac{14}{27} = 0,519, \quad P(C) = \frac{5}{27} = 0,185, \quad P(T) = \frac{8}{27} = 0,296$$

a) $P(\overline{A}) = \dfrac{13}{27} \Longrightarrow P(\overline{AA}) = \left(\dfrac{13}{27}\right)^2 = 0,232$

b) $P(CCCCC) = \dfrac{5}{27} \cdot \dfrac{4}{26} \cdot \dfrac{3}{25} \cdot \dfrac{2}{24} \cdot \dfrac{1}{23} = 1,238696890 \cdot 10^{-5}$

7.2. Convocatoria Extraordinaria julio de 2019

Problema 7.3 En una universidad el 40 % de los estudiantes son aficionados a la lectura, el 50 % al cine, y al 70 % les gusta el cine o la lectura o ambas cosas.

a) Se elige un estudiante al azar, ¿cuál es la probabilidad de que le guste la lectura y el cine?

b) Si elegimos un estudiante al azar y le gusta la lectura, ¿cuál es la probabilidad de que le guste el cine?

Solución:
LLamamos L : le gusta la lectura y C le gusta el cine.

$$P(L) = 0,4, \quad P(C) = 0,5, \quad P(L \cup C) = 0,7$$

a) $P(L \cap C) = P(L) + P(C) - P(L \cup C) = 0,4 + 0,5 - 0,7 = 0,2$

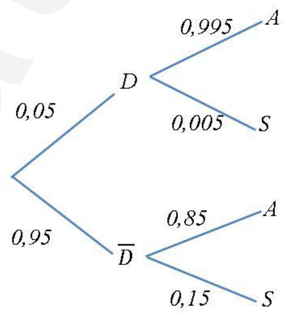
b) $P(C|L) = \dfrac{P(L \cap C)}{P(L)} = \dfrac{0,2}{0,4} = 0,5$

Problema 7.4 El 5 % de los estudiantes matriculados en una determinada asignatura de bachillerato son deportistas aficionados. El 0,5 % de estos alumnos deportistas aficionados obtienen una calificación de suspenso en dicha asignatura. Mientras que el 15 % de los alumnos no deportistas aficionados obtienen una calificación de suspenso.

a) Elegido un alumno al azar, ¿cuál es la probabilidad de que haya obtenido un suspenso en la citada asignatura?

b) Sabiendo que un alumno elegido al azar ha obtenido un suspenso, ¿cuál es la probabilidad de que sea deportista aficionado?

Solución:
LLamamos D : a deportista aficionado, A aprueba y S suspende.



a)

$$P(S) = P(S|D)P(D) + P(S|\overline{D})P(\overline{D}) =$$

$$0,005 \cdot 0,05 + 0,15 \cdot 0,95 = 0,14275$$

b)

$$P(D|S) = \frac{P(S|D)P(D)}{P(S)} = \frac{0,005 \cdot 0,05}{0,14275} = 0,00175$$

8. Cataluña

8.1. Convocatoria Ordinaria junio de 2019

Sin problemas de este tipo.

8.2. Convocatoria Extraordinaria julio de 2019

Sin problemas de este tipo.

9. País Vasco

9.1. Convocatoria Ordinaria junio de 2019

Problema 9.1 Sean A y B dos sucesos tales que, $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{1}{3}$, y la probabilidad de la unión de ambos sucesos es $\frac{3}{4}$. Calcular:

a) La probabilidad de que ocurra el suceso A, condicionada a que se ha producido el suceso B.

b) La probabilidad de que no ocurra ninguno de los dos sucesos.

c) La probabilidad de que ocurra el suceso A y no ocurra el suceso B.

d) La probabilidad de que ocurra solo uno de los dos sucesos.

Solución:

$$P(A) = \frac{1}{2}, \quad P(B) = \frac{1}{3}, \quad P(A \cup B) = \frac{3}{4}$$

a) $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)\Longrightarrow P(A\cap B)=P(A)+P(B)-P(A\cup B)=$

$\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}-\dfrac{3}{4}=\dfrac{1}{12}$

$$P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{\frac{1}{12}}{\frac{1}{3}}=\frac{1}{4}$$

b) $P(\overline{A}\cap\overline{B})=P(\overline{A\cup B})=1-P(A\cup B)=1-\dfrac{3}{4}=\dfrac{1}{4}$

c) $P(A\cap\overline{B})=P(A)-P(A\cap B)=\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{12}=\dfrac{5}{12}$

d) $P(\text{sólo uno})=P(A\cap\overline{B})+P(\overline{A}\cap B)=P(A)+P(B)-2P(A\cap B)=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{6}=\dfrac{2}{3}$

Problema 9.2 Se dispone de dos urnas diferentes: A y B. La urna A contiene 3 bolas blancas y 5 bolas negras, mientras que la urna B contiene 10 bolas negras. Se toma al azar una bola de cada una de las urnas al mismo tiempo y se intercambian (es decir, la bola extraída de la urna A se introduce en la urna B y la bola extraída de la urna B se introduce en la urna A). Si a continuación se extrae una bola de la urna A, ¿cuál es la probabilidad de que sea negra?

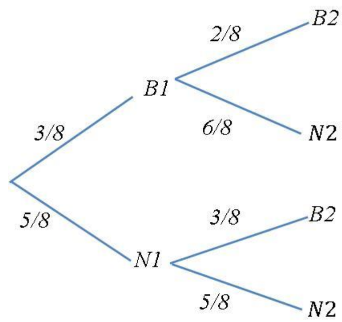
Solución:

$$A:\left\{\begin{array}{l}3\ \ B\\5\ \ N\end{array}\right.\qquad B:\left\{\begin{array}{l}0\ \ B\\10\ \ N\end{array}\right.$$

$P(N2)=P(N2|B1)P(B1)+P(N2|N1)P(N1)=$

$$\frac{6}{8}\cdot\frac{3}{8}+\frac{5}{8}\cdot\frac{5}{8}=\frac{43}{64}=0,672$$

En la urna A:



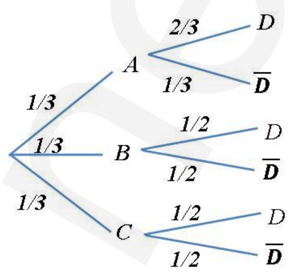
9.2. Convocatoria Extraordinaria julio de 2019

Problema 9.3 En un instituto hay tres grupos de 1º de bachillerato con el mismo número de estudiantes. En el grupo A dos tercios de los/las estudiantes practican algún tipo de deporte, mientras que en los grupos B y C solo lo hacen la mitad de los/las estudiantes. Entre todo el alumnado se escoge una persona al azar, y resulta que no practica deporte. ¿Cuál es la probabilidad de que dicha persona pertenezca al grupo A?
Solución:
LLamamos D : a practica deporte.

$P(\overline{D}) = P(\overline{D}|A)P(A)+P(\overline{D}|B)P(B)+P(\overline{D}|C)P(C) =$

$$\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}=\frac{4}{9}=0,444$$

$$P(A|\overline{D}) = \frac{P(\overline{D}|A)P(A)}{P(\overline{D})} = \frac{1/3\cdot 1/3}{4/9} = \frac{1}{4} = 0,25$$



Problema 9.4 En una determinada población, la probabilidad de ser mujer y padecer diabetes es el 6 %, mientras que la de ser hombre y no padecer diabetes es el 37 %. En dicha población hay un 54 % de mujeres.
Se elige una persona al azar.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que la persona elegida padezca diabetes?

b) Si la persona elegida es mujer, ¿cuál es la probabilidad de que no padezca diabetes?

c) Si la persona elegida resulta tener diabetes, ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer?

Solución:
LLamamos D : padece diabetes, H hombre y M mujer.

	D	$\overline{D}$	Total
H		$0,37$	
M	$0,06$		$0,54$
Total			

$\Longrightarrow$

	D	$\overline{D}$	Total
H	$0,09$	$0,37$	$0,46$
M	$0,06$	$0,48$	$0,54$
Total	$0,15$	$0,85$	1

a) $P(D) = 0,15$

b) $P(\overline{D}|M) = \dfrac{P(\overline{D}\cap M)}{P(M)} = \dfrac{0,48}{0,54} = 0,889$

c) $P(M|D) = \dfrac{P(M\cap D)}{P(D)} = \dfrac{0,06}{0,15} = 0,4$

10. Extremadura

10.1. Convocatoria Ordinaria junio de 2019

Problema 10.1 En un bosque hay 50 abetos, 30 cipreses y 120 pinos. Una enfermedad provocada por una oruga afecta a 25 abetos, 9 cipreses y 48 pinos. Se pide, justificando las respuestas:

a) Calcular la probabilidad de que un pino elegido al azar esté infectado por la oruga.

b) Calcular la probabilidad de que un árbol elegido al azar esté infectado por la oruga.

c) Si se selecciona un árbol al azar y está infectado por la oruga, ¿cuál es la. probabilidad de que sea un pino?

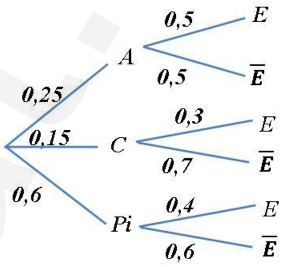
Solución:
LLamamos A : abetos, C : cipreses, Pi : pinos y E : enfermos.

$$P(A) = \frac{50}{200} = 0,25, \quad P(C) = \frac{30}{200} = 0,15, \quad P(Pi) = \frac{120}{200} = 0,6$$
$$P(E|A) = \frac{25}{50} = 0,5, \quad P(E|C) = \frac{9}{30} = 0,3, \quad P(E|Pi) = \frac{48}{120} = 0,4$$

a) $P(E|Pi) = 0,4$

b)

$$P(E) = P(E|A)P(A)+P(E|C)P(C)+P(E|Pi)P(Pi) =$$
$$0,5\cdot 0,25 + 0,3\cdot 0,15 + 0,4\cdot 0,6 = 0,41$$



c)

$$P(Pi|E) = \frac{P(E|Pi)P(Pi)}{P(E)} = \frac{0,4\cdot 0,6}{0,41} = 0,585$$

10.2. Convocatoria Extraordinaria julio de 2019

Problema 10.2 En una bodega, el 50 % del vino que se fabrica es tinto, el 30 % blanco y el resto rosado. Una vez en las barricas se vuelve agrio el 5 % del vino tinto el 10 % del vino blanco y el 7 % del vino rosado, mediante muestreo estratificado con afijación proporcional

a) Calcular la probabilidad de que una barrica elegida al azar contenga vino blanco y que además dicho vino esté agrio.

b) Calcular la probabilidad de que una barrica de vino tinto contenga vino con buen sabor.

c) Si se selecciona al azar una barrica y el vino está agrio, ¿cuál es la probabilidad de que contenga vino tinto?

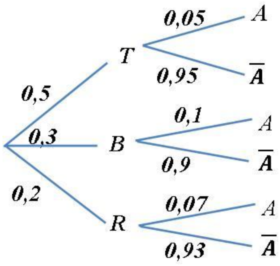
Solución:
LLamamos T : vino tinto, B : vino blanco, R : vino rosado y A : agrio.

a) $P(B\cap A) = P(A|B)P(B) = 0,1\cdot 0,3 = 0,03$

b) $P(\overline{A}|T) = 0,95$

c)

$$P(T|A) = \frac{P(A|T)P(T)}{P(A)} = \frac{0,05\cdot 0,5}{1-0,931} = 0,3623$$



11. Madrid

11.1. Convocatoria Ordinaria junio de 2019

Problema 11.1 Sean A y B dos sucesos de un experimento aleatorio tales que $P(A) = 0,6$, $P(B) = 0,8$ y $P(A\cap \overline{B}) = 0,1$.

a) Calcúlese la probabilidad de que ocurra el suceso A si no ha ocurrido el suceso B y determínese si los sucesos A y B son independientes. $\overline{B}$ denota el complementario del suceso B.

b) Obténgase la probabilidad de que ocurra alguno de los dos sucesos, A o B.

Solución:
Voy a resolver este problema organizando los valores en una tabla de intersecciones:

	Sucesos		
	A	$\overline{A}$	Totales
B			$0,8$
$\overline{B}$	$0,1$		
Totales	$0,6$		1

$\Longrightarrow$

	Sucesos		
	A	$\overline{A}$	Totales
B	$0,5$	$0,3$	$0,8$
$\overline{B}$	$0,1$	$0,1$	$0,2$
Totales	$0,6$	$0,4$	1

a) $P(A|\overline{B}) = \dfrac{P(A\cap\overline{B})}{P(\overline{B})} = \dfrac{0,1}{0,2} = 0,5$

$$\left\{\begin{array}{l} P(A\cap\overline{B}) = 0,1 \\ P(A) = 0,6 \\ P(\overline{B}) = 0,2 \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} P(A\cap\overline{B}) = 0,1 \\ P(A)\cdot P(\overline{B}) = 0,6\cdot 0,2 = 0,12 \end{array}\right. \Longrightarrow$$

$P(A\cap\overline{B}) \neq P(A)\cdot P(\overline{B}) \Longrightarrow$ A y $\overline{B}$ no son independientes.

b) $P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B) = 0,6 + 0,8 - 0,5 = 0,9$

Problema 11.2 De un estudio realizado en una región, se deduce que la probabilidad de que un niño de primaria juegue con consolas de videojuegos más tiempo del recomendado por los especialistas es 0,60. Entre estos niños, la probabilidad de fracaso escolar se eleva a 0,30 mientras que, si no juegan más tiempo del recomendado, la probabilidad de fracaso escolar es 0,15. Seleccionado un niño al azar de esta región.

a) Obténgase la probabilidad de que tenga fracaso escolar.

b) Si tiene fracaso escolar, determínese cuál es la probabilidad de que no juegue con estas consolas más tiempo del recomendado.

Solución:

Sea V el suceso juega con consola de videojuegos más tiempo del recomendado y F el suceso fracaso escolar.
$P(V) = 0,6 \Longrightarrow P(\overline{V}) = 0,4$, $P(F|V) = 0,30$ y $P(F|\overline{V}) = 0,15$

$$P(F|V) = 0,30 = \frac{P(F\cap V)}{P(V)} \Longrightarrow P(F\cap V) = 0,30\cdot 0,6 = 0,18$$

$$P(F|\overline{V}) = 0,15 = \frac{P(F\cap\overline{V})}{P(\overline{V})} \Longrightarrow P(F\cap\overline{V}) = 0,15\cdot 0,4 = 0,06$$

Voy a resolver este problema organizando los valores en una tabla de intersecciones:

	Sucesos		
	V	$\overline{V}$	Totales
F	$0,18$	$0,06$	
$\overline{F}$			
Totales	$0,6$	$0,4$	1

$\Longrightarrow$

	Sucesos		
	V	$\overline{V}$	Totales
F	$0,18$	$0,06$	$0,24$
$\overline{F}$	$0,42$	$0,34$	$0,76$
Totales	$0,6$	$0,4$	1

a) $P(F) = 0,24$

b) $P(\overline{V}|F) = \dfrac{P(\overline{V} \cap F)}{P(F)} = \dfrac{0,06}{0,24} = 0,25$

11.2. Convocatoria Extraordinaria julio de 2019

Problema 11.3 Los escolares de un cierto colegio de Madrid fueron encuestados acerca de su alimentación y de su ejercicio físico. Una proporción de 2/5 hacían ejercicio regularmente y 2/3 siempre desayunaban. Además, entre los que siempre desayunan, una proporción de 9/25 hacían ejercicio regularmente. Se elige al azar un escolar de ese colegio

a) ¿Es independiente que siempre desayune y que haga ejercicio regularmente?

b) Calcúlese la probabilidad de que no siempre desayune y no haga ejercicio regularmente.

Solución:

E : hace ejercicio, $\overline{E}$: no hace ejercicio, D : desayuna y $\overline{D}$: no desayuna.

$P(E) = \dfrac{2}{5}$, $P(\overline{E}) = \dfrac{3}{5}$, $P(D) = \dfrac{2}{3}$, $P(\overline{D}) = \dfrac{1}{3}$ y $P(E|D) = \dfrac{9}{25} = \dfrac{P(E \cap D)}{P(D)} \Longrightarrow P(E \cap D) = \dfrac{9}{25} \cdot \dfrac{2}{3} = \dfrac{6}{25}$

Ponemos los datos en una tabla:

	Escolares		
	E	$\overline{E}$	Totales
D	6/25		2/3
$\overline{D}$			1/3
Totales	2/5	3/5	1

$\Longrightarrow$

	Escolares		
	E	$\overline{E}$	Totales
D	6/25	32/75	2/3
$\overline{D}$	4/25	13/75	1/3
Totales	2/5	3/5	1

a) $\left\{\begin{array}{l} P(E \cap D) = 6/25 \\ P(E) = 2/5 \\ P(D) = 2/3 \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} P(E \cap D) = 6/25 \\ \\ P(E) \cdot P(D) = 2/5 \cdot 2/3 = 4/15 \end{array}\right. \Longrightarrow$

$P(E \cap D) \neq P(E) \cdot P(D) \Longrightarrow$ E y D no son independientes.

b) $P(\overline{E}|\overline{D}) = \dfrac{13}{75}$

Problema 11.4 Sean A y B dos sucesos con $P(A) = 0,3$, $P(B|A) = 0,4$, $P(B|\overline{A}) = 0,6$. Calcúlese:

a) $P(A|B)$.

b) $P(\overline{A}|\overline{B})$.

Nota: $\overline{S}$ denota el suceso complementario del suceso S.

Solución:

Tenemos $P(A) = 0,3$ y $P(\overline{A}) = 0,7$, además:

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \Longrightarrow P(A \cap B) = 0,3 \cdot 0,4 = 0,12$$

$$P(B|\overline{A}) = \frac{P(\overline{A} \cap B)}{P(A)} \Longrightarrow P(\overline{A} \cap B) = 0,6 \cdot 0,7 = 0,42$$

Ponemos los datos en una tabla:

	Sucesos		
	A	$\overline{A}$	Totales
B	$0,12$	$0,42$	
$\overline{B}$			
Totales	$0,3$	$0,7$	1

$\Longrightarrow$

	Sucesos		
	A	$\overline{A}$	Totales
B	$0,12$	$0,42$	$0,54$
$\overline{B}$	$0,18$	$0,28$	$0,46$
Totales	$0,3$	$0,7$	1

a)

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,12}{0,54} = 0,222$$

b)

$$P(\overline{A}|\overline{B}) = \frac{P(\overline{A} \cap \overline{B})}{P(\overline{B})} = \frac{0,28}{0,46} = 0,61$$

12. Valencia

12.1. Convocatoria Ordinaria junio de 2019

Problema 12.1 En una cierta ciudad, las dos terceras partes de los hogares tienen una Smart TV, de los cuales, las tres octavas partes han contratado algún servicio de televisión de pago, porcentaje que baja al 30 % si consideramos el total de los hogares. Si se elige un hogar al azar

a) ¿Cuál es la probabilidad de que no tenga Smart TV pero sí haya contratado televisión de pago?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que tenga Smart TV si sabemos que ha contratado televisión de pago?

c) ¿Cuál es la probabilidad de que no tenga Smart TV si sabemos que no ha contratado televisión de pago?

Solución:
LLamamos TV : televisión y SM : Smart TV.

$$P(TV|SM) = \frac{P(TV \cap SM)}{P(SM)} \Longrightarrow P(TV \cap SM) = \frac{3}{8} \cdot \frac{2}{3} = 0,25$$

	Sucesos		
	TV	$\overline{TV}$	Totales
SM	$0,25$		$0,67$
$\overline{SM}$			
Totales	$0,3$		1

$\Longrightarrow$

	Sucesos		
	TV	$\overline{TV}$	Totales
SM	$0,25$	$0,42$	$0,67$
$\overline{SM}$	$0,05$	$0,28$	$0,33$
Totales	$0,3$	$0,7$	1

a) $P(\overline{SM} \cap TV) = 0,05$

b) $P(SM|TV) = \dfrac{P(SM \cap TV)}{P(TV)} = \dfrac{0,25}{0,3} = 0,83$

c) $P(\overline{SM}|\overline{TV}) = \dfrac{P(\overline{SM} \cap \overline{TV})}{P(\overline{TV})} = \dfrac{0,28}{0,7} = 0,4$

Problema 12.2 Sabemos que el 5 % de los hombres y el 2 % de las mujeres que trabajan en una empresa tienen un salario mensual mayor que 5000 euros. Se sabe también que el 30 % de los trabajadores de dicha empresa son mujeres.

a) Calcula la probabilidad de que un trabajador de la empresa, elegido al azar, tenga un salario mensual mayor que 5000 euros.

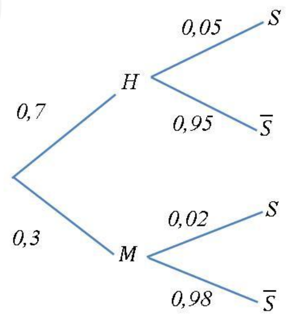
b) Si se elige al azar un trabajador de la empresa y se observa que su salario mensual es mayor que 5000 euros, ¿cuál es la probabilidad de que dicho trabajador sea mujer?

c) ¿Qué porcentaje de trabajadores de la empresa son hombres con un salario mensual mayor que 5000 euros?

Solución:
LLamamos H : hombre, M : mujer y S : superior a 5000 euros.
a)

$$P(S) = P(S|H)P(H) + P(S|M)P(M) =$$

$$0,05 \cdot 0,7 + 0,02 \cdot 0,3 = 0,041$$



b)

$$P(M|S) = \frac{P(S|M)P(M)}{P(S)} = \frac{0,02 \cdot 0,3}{0,041} = 0,146$$

c)

$$P(H \cap S) = P(S|H)P(H) = 0,05 \cdot 0,7 = 0,035$$

12.2. Convocatoria Extraordinaria julio de 2019

Problema 12.3 Un modelo de coche se fabrica en tres versiones: Van, Urban y Suv. El 25 % de los coches son de motor híbrido. El 20 % son de tipo Van y el 40 % de tipo Urban. El 15 % de los de tipo Van y el 40 % de los de tipo Urban son híbridos. Se elige un coche al azar. Calcula:

a) La probabilidad de que sea de tipo Urban, sabiendo que es híbrido.

b) La probabilidad de que sea de tipo Van, sabiendo que no es híbrido.

c) La probabilidad de que sea híbrido, sabiendo que es de tipo Suv.

d) La probabilidad de que no sea de tipo Van ni tampoco híbrido.

Solución:
LLamamos H : híbrido.

$$P(H \cap \text{Van}) = P(H|\text{Van})P(\text{Van}) = 0,15 \cdot 0,2 = 0,03$$

$$P(H \cap \text{Urban}) = P(H|\text{Urban})P(\text{Urban}) = 0,4 \cdot 0,4 = 0,16$$

	Van	Urban	Sub	Total
H	0,03	0,16		0,25
$\overline{H}$				
Total	0,2	0,4		

$\Longrightarrow$

	Van	Urban	Sub	Total
H	0,03	0,16	0,06	0,25
$\overline{H}$	0,17	0,24	0,34	0,75
Total	0,2	0,4	0,4	1

a) $P(\text{Urban}|H) = \dfrac{\text{Urban} \cap H}{P(H)} = \dfrac{0,16}{0,25} = 0,64$

b) $P(\text{Van}|\overline{H}) = \dfrac{\text{Van} \cap \overline{H}}{P(\overline{H})} = \dfrac{0,17}{0,75} = 0,227$

c) $P(H|\text{Sub}) = \dfrac{H \cap \text{Sub}}{P(\text{Sub})} = \dfrac{0,06}{0,4} = 0,15$

d) $P(\overline{\text{Van}} \cap \overline{H}) = P(\overline{\text{Van} \cup H}) = 1 - P(\text{Van} \cup H) = 1 - (P(\text{Van}) + P(H) - P(\text{Van} \cap H)) = 1 - (0,2 + 0,25 - 0,03) = 0,58$

Problema 12.4 Un estudiante acude a la universidad el 70 % de las veces usando su propio vehículo, y el doble de veces en transporte público que andando. Llega tarde el 1 % de las veces que acude andando, el 3 % de las que lo hace en transporte público y el 6 % de las que lo hace con su propio vehículo. Se pide:

a) La probabilidad de que un día cualquiera llegue puntualmente.

b) La probabilidad de que haya acudido en transporte público, sabiendo que ha llegado tarde.

c) La probabilidad de que no haya acudido andando, sabiendo que ha llegado puntualmente.

Solución:
LLamamos V : vehículo propio, T : transporte público, A andando y R llega con retraso.

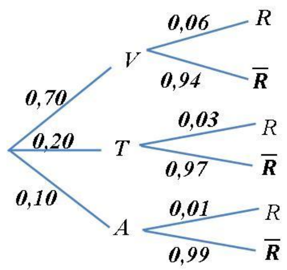
a)

$$P(\overline{R}) = P(\overline{R}|V)P(V) + P(\overline{R}|T)P(T) + P(\overline{R}|A)P(A) =$$

$$0,94 \cdot 0,7 + 0,97 \cdot 0,2 + 0,99 \cdot 0,1 = 0,951$$

b)

$$P(T|R) = \frac{P(R|T)P(T)}{P(R)} = \frac{0,03 \cdot 0,2}{1 - 0,951} = 0,122$$



c)

$$P(\overline{A}|\overline{R}) = \frac{P(\overline{A} \cap \overline{R})}{P(\overline{R})} = \frac{P(\overline{A \cup R})}{P(\overline{R})} =$$

$$\frac{1 - P(A \cup R)}{P(\overline{R})} = \frac{1 - (P(A) + P(R) - P(A \cap R))}{P(\overline{R})} = \frac{1 - (P(A) + P(R) - P(R|A)P(A))}{P(\overline{R})} =$$

$$\frac{1 - (0,1 + (1 - 0,951) - 0,01 \cdot 0,1)}{0,951} = 0{,}896$$

13. La Rioja

13.1. Convocatoria Ordinaria junio de 2019

Problema 13.1 El 65 % de los empleados de una empresa manejan un nuevo programa informático, de ellos, un 40 % además hablan inglés. Por otra parte, la cuarta parte de los que no manejan el nuevo programa también hablan inglés. Se elige un empleado al azar.

a) Calcula la probabilidad de que hable inglés y maneje el nuevo programa.

b) Calcula la probabilidad de que hable inglés.

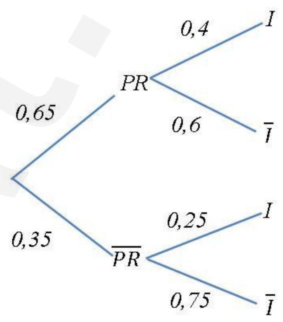
c) Si el empleado habla inglés, calcula la probabilidad de que maneje el nuevo programa

Solución:

LLamamos PR : maneja programa informático e I habla inglés.

a)

$$P(PR \cap I)) = P(I|PR)P(PR) = 0,4 \cdot 0,65 = 0,26$$



b)

$$P(I) = P(I|PR)P(PR) + P(I|\overline{PR})P(\overline{PR}) =$$

$$0,4 \cdot 0,65 + 0,25 \cdot 0,35 = 0,3475$$

c)

$$P(PR|I) = \frac{P(I|PR)P(PR)}{P(I)} = \frac{0,4 \cdot 0,65}{0,3475} = 0,748$$

13.2. Convocatoria Extraordinaria julio de 2019

Problema 13.2 La probabilidad de que Alberto conteste a un mensaje de Whatsapp es 0,1. En los últimos 20 minutos ha recibido 3 mensajes.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que conteste a los tres?

b) ¿Cuál es probabilidad de que conteste exactamente a uno?

c) ¿Cuál es probabilidad de que conteste al menos a uno?

d) ¿Cuál es probabilidad de que no conteste a ninguno?

Solución:

$$B(20; 0,1)$$

a) $P(X = 3) = \left(\begin{array}{c} 3 \\ 3 \end{array} \right) \cdot 0,1^3 \cdot 0,9^0 = 0,001$

b) $P(X = 1) = \left(\begin{array}{c} 3 \\ 1 \end{array} \right) \cdot 0,1^1 \cdot 0,9^2 = 0,243$

c) $P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - \left(\begin{array}{c} 3 \\ 0 \end{array} \right) \cdot 0,1^0 \cdot 0,9^3 = 0,271$

d) $P(X = 0) = \left(\begin{array}{c} 3 \\ 0 \end{array} \right) \cdot 0,1^0 \cdot 0,9^3 = 0,729$

14. Murcia

14.1. Convocatoria Ordinaria junio de 2019

Problema 14.1 En el coro universitario el 65 % de sus componentes son mujeres. El 30 % de las mujeres y el 25 % de los hombres son bilingües. Si elegimos al azar a un componente del coro:

a) ¿Cuál es la probabilidad que sea bilingüe?

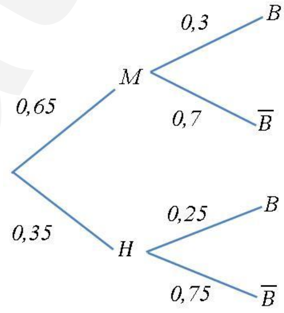
b) Sabiendo que es bilingüe, ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer?

Solución:
LLamamos H : hombre, M : mujer y B bilingue.

a)

$$P(B) = P(B|M)P(M) + P(B|H)P(H) =$$

$$0,3 \cdot 0,65 + 0,25 \cdot 0,35 = 0,2825$$



b)

$$P(M|B) = \frac{P(B|M)P(M)}{P(B)} = \frac{0,3 \cdot 0,65}{0,2825} = 0,69$$

Problema 14.2 Dados dos sucesos A y B de un experimento aleatorio, se sabe que $P(A) = 0,3$, $P(B) = 0,2$ y $P(A|B) = 0,5$. Calcular $P(A \cap B)$ y $P(A \cup B)$.

Solución:

$$P(A \cap B) = P(A|B)P(B) = 0,5 \cdot 0,2 = 0,1$$
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,3 + 0,2 - 0,1 = 0,4$$

14.2. Convocatoria Extraordinaria julio de 2019

Problema 14.3 En un taller mecánico el 70 % de los coches que se reparan son del modelo A y el resto de un modelo B. Después de 6 meses, el 95 % de los coches del modelo A no vuelven al taller mientras que del modelo B sólo no vuelven el 80 %. Si elegimos un coche al azar:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que vuelva al taller antes de 6 meses?

b) Si se observa que antes de los seis meses vuelve al taller, ¿cuál es la probabilidad de que sea del modelo B?

Solución:

LLamamos V : vuelve al taller.

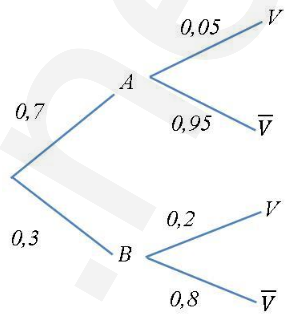
a)

$$P(V) = P(V|A)P(A) + P(V|B)P(B) =$$

$$0,05 \cdot 0,7 + 0,2 \cdot 0,3 = 0,095$$

b)

$$P(B|V) = \frac{P(V|B)P(B)}{P(V)} = \frac{0,2 \cdot 0,3}{0,095} = 0,632$$



Problema 14.4 En un hospital de la región de Murcia se está probando una nueva terapia para dejar de fumar. De los pacientes que entran en este ensayo el 45 % prueba la terapia y el resto no. Después de un año el 70 % de los que siguieron la terapia y el 40 % de los que no la siguieron han dejado de fumar. Se elige al azar a un paciente fumador de este hospital:

a) Calcule la probabilidad de que después de un año haya dejado de fumar.

b) Si transcurrido un año el paciente sigue fumando, calcule la probabilidad de que haya seguido la nueva terapia.

Solución:

LLamamos T : ha tenido terapia y D ha dejado de fumar.

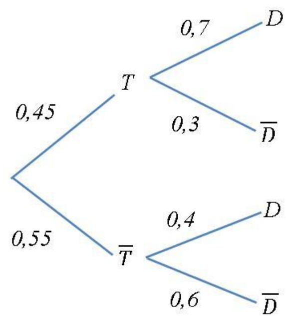
a)

$$P(D) = P(D|T)P(T) + P(D|\overline{T})P(\overline{T}) =$$

$$0,7 \cdot 0,45 + 0,4 \cdot 0,55 = 0,535$$

b)

$$P(T|\overline{D}) = \frac{P(\overline{D}|T)P(T)}{P(\overline{D})} = \frac{0,3 \cdot 0,45}{1 - 0,535} = 0,29$$



15. Navarra

15.1. Convocatoria Ordinaria junio de 2019

Problema 15.1 Un centro tiene dos clases de bachillerato (A y B). La clase A tiene 40 estudiantes, de los cuales 10 estudian alemán. La clase B tiene 25 estudiantes, de los cuales 5 estudian alemán. Se seleccionan al azar dos estudiantes de la clase A y uno de B. Calcule:

a) La probabilidad de que ninguno de los tres estudie alemán.

b) La probabilidad de que únicamente uno de ellos estudie alemán.

c) La probabilidad de que alguno de ellos estudie alemán.

(Escriba las fórmulas necesarias)

Solución:
LLamamos Al : a estudia alemán.

a) $3\overline{Al}$ es el suceso los tres no estudian alemán:

$$P(3\overline{Al}) = \frac{30}{40} \cdot \frac{29}{39} \cdot \frac{20}{25} = \frac{29}{65} = 0,446$$

b) $1Al$ es el suceso sólo un estudia alemán, hay tres sucesos posibles $\{Al, \overline{Al}, \overline{Al}\}$, $\{\overline{Al}, Al, \overline{Al}\}$ y $\{\overline{Al}, \overline{Al}, Al\}$

$$P(1Al) = P(\{Al, \overline{Al}, \overline{Al}\}) + P(\{\overline{Al}, Al, \overline{Al}\}) + P(\{\overline{Al}, \overline{Al}, Al\}) =$$

$$\frac{10}{40} \cdot \frac{30}{39} \cdot \frac{20}{25} + \frac{30}{40} \cdot \frac{10}{39} \cdot \frac{20}{25} + \frac{30}{40} \cdot \frac{29}{39} \cdot \frac{5}{25} = \frac{109}{260} = 0,419$$

c) $P(\text{alguno}) = 1 - P(\text{ninguno}) = 1 - P(3\overline{Al}) = 1 - 0,446 = 0,554$

15.2. Convocatoria Extraordinaria julio de 2019

Problema 15.2 Según un estudio reciente, el 80 % de los jóvenes españoles entre 18 y 23 años estudia, el 40 % tiene un contrato laboral y el 25 % simultanea estudios y trabajo. Se selecciona un joven al azar.

a) Calcule la probabilidad de que únicamente estudie.

b) Calcule la probabilidad de que no estudie ni trabaje.

c) Sabiendo que no estudia, calcule la probabilidad de que trabaje.

(Escriba las fórmulas necesarias)
Solución:
LLamamos E : estudia y T trabaja.

	T	$\overline{T}$	Total
E	$0,25$		$0,8$
$\overline{E}$			
Total	$0,4$		1

$\Longrightarrow$

	T	$\overline{T}$	Total
E	$0,25$	$0,55$	$0,8$
$\overline{E}$	$0,15$	$0,05$	$0,2$
Total	$0,4$	$0,6$	1

a) $P(E \cap \overline{T}) = 0,55$

b) $P(\overline{E} \cap \overline{T}) = 0,05$

c) $P(T|\overline{E}) = \dfrac{P(T \cap \overline{E})}{P(\overline{E})} = \dfrac{0,15}{0,2} = 0,75$

16. Galicia

16.1. Convocatoria Ordinaria junio de 2019

Problema 16.1 Los videojuegos que se consumen en Galicia se juegan el 45 % en consola y el resto en el móvil. De los que se juegan en consola, el 70 % son de acción, el 10 % de estrategia y el resto de otras categorías. De los juegos para móvil, un 25 % son de acción, otro 25 % de estrategia y el resto de otras categorías.

a) ¿Qué porcentaje de los videojuegos consumidos en Galicia son de acción?

b) Se elige al azar un jugador que está jugando a un juego de estrategia: ¿cuál es la probabilidad de que lo esté haciendo a través del móvil?

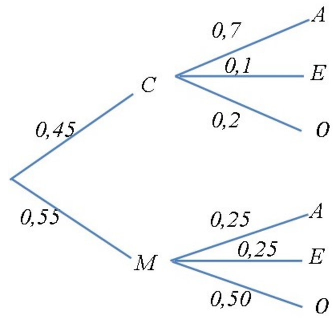
Solución:

LLamamos C : juega en consola, M juega en móvil, A juego de acción, E juego de estrategia y O otras categorías.

a)

$$P(A) = P(A|C)P(C) + P(A|M)P(M) =$$

$$0,7 \cdot 0,45 + 0,25 \cdot 0,55 = 0,4525$$



b)

$$P(E) = P(E|C)P(C) + P(E|M)P(M) =$$

$$0,1 \cdot 0,45 + 0,25 \cdot 0,55 = 0,1825$$

$$P(M|E) = \frac{P(E|M)P(M)}{P(E)} = \frac{0,25 \cdot 0,55}{0,1825} = 0,753$$

Problema 16.2 En una población, de cada 100 consumidores de agua mineral 30 consumen la marca A, 25 la marca B y el resto la marca C. Además, el 30 % de consumidores de A, el 20 % de consumidores de B y el 40 % de consumidores de C son mujeres.

a) Se selecciona al azar un consumidor de agua mineral de esa población: ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer?

b) Si se ha seleccionado al azar una mujer, halla la probabilidad de que consuma la marca B.

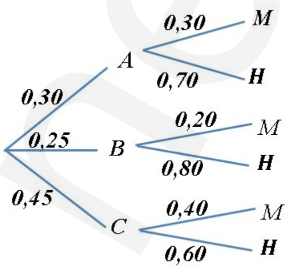
Solución:

LLamamos A : consumen de la marca A, B consumen de la marca B, C consumen de la marca C, M son mujeres y H son hombres.
$P(A) = \frac{30}{100} = 0,3$, $P(B) = \frac{25}{100} = 0,25$ y $P(C) = \frac{45}{100} = 0,45$.

a)

$$P(M) = P(M|A)P(A)+P(M|B)P(B)+P(M|C)P(C) =$$

$$0,3 \cdot 0,3 + 0,20 \cdot 0,25 + 0,40 \cdot 0,45 = 0,32$$



b)

$$P(B|M) = \frac{P(M|B)P(B)}{P(M)} = \frac{0,20 \cdot 0,25}{0,32} = 0,15625$$

16.2. Convocatoria Extraordinaria julio de 2019

Problema 16.3 En una ciudad, el 20 % de las personas que acceden a un centro comercial proceden del centro de la ciudad, el 45 % de barrios periféricos y el resto de pueblos cercanos. Efectúan alguna compra el 60 %, el 75 % y el 50 % de cada procedencia respectivamente.

a) Si en un determinado día visitan el centro comercial 2000 personas, ¿cuál es el número esperado de personas que no realizan compras?

b) Si elegimos al azar una persona que ha realizado alguna compra en ese centro comercial, ¿cuál es la probabilidad de que proceda de un pueblo cercano?

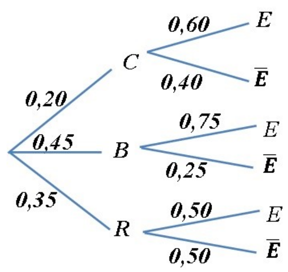
Solución:

LLamamos C : proceden del centro de la ciudad, B proceden de barrios periféricos, R proceden de pueblos cercanos y E efectúan alguna compra.
a)

$$P(\overline{E}) = P(\overline{E}|C)P(C)+P(\overline{E}|B)P(B)+P(\overline{E}|R)P(R) =$$

$$0,2 \cdot 0,4 + 0,45 \cdot 0,25 + 0,35 \cdot 0,50 = 0,3675$$

$2000 \cdot P(\overline{E}) = 2000 \cdot 0,3675 = 735$ personas no efectuarán compras.



b)

$$P(R|E) = \frac{P(E|R)P(R)}{P(E)} = \frac{0,50 \cdot 0,35}{1 - 0,3675} = 0,2767$$

Problema 16.4 Para la construcción de un panel luminoso se dispone de un contenedor con 200 bombillas blancas, 150 bombillas azules y 250 bombillas rojas. La probabilidad de que una bombilla del contenedor no funcione es 0,01 si es blanca, 0,02 si es azul y 0,03 si es roja. Se elige al azar una bombilla del contenedor;

a) Calcula la probabilidad de que la bombilla no funcione.

b) Sabiendo que la bombilla elegida funciona, calcula la probabilidad de que dicha bombilla no sea roja.

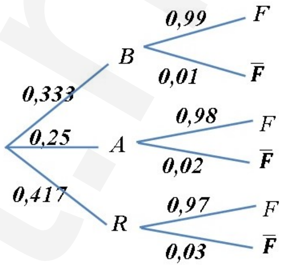
Solución:

LLamamos B : bombillas blancas, A bombillas azules, R bombillas rojas y $\overline{F}$ no funciona. $P(B) = \frac{200}{600} = 0,333$, $P(A) = \frac{150}{600} = 0,25$ y $P(R) = \frac{250}{600} = 0,417$.

a)

$$P(\overline{E}) = P(\overline{E}|B)P(B)+P(\overline{E}|A)P(A)+P(\overline{E}|R)P(R) =$$

$$\frac{200}{600}\cdot 0,01+\frac{150}{600}\cdot 0,02+\frac{250}{600}\cdot 0,03 = 0,0208$$



b)

$$P(\overline{R}|F) = \frac{P(\overline{R}\cap F)}{P(F)} = \frac{P(F|B)P(B)+P(F|A)P(A)}{1-0,0208} =$$

$$\frac{0,99\cdot\frac{200}{600}+0,98\cdot\frac{150}{600}}{1-0,0208} = 0,587$$

17. Andalucía

17.1. Convocatoria Ordinaria junio de 2019

Problema 17.1 El 65 % de los turistas que visitan una provincia elige alojamientos en la capital y el resto en zonas rurales. Además, el 75 % de los turistas que se hospedan en la capital y el 15 % de los que se hospedan en zonas rurales lo hace en hoteles, mientras que el resto lo hace es apartamentos turísticos. Se elige al azar un turista de los que se han alojado en esa provincia.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que se haya hospedado en un hotel?

b) Si se sabe que se ha hospedado en un apartamento turístico, ¿cuál es la probabilidad de que el apartamento esté en zonas rurales?

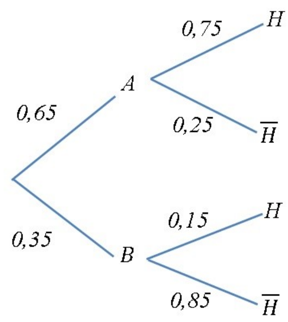
Solución:

LLamamos A : alojamientos en la capital, B alojamientos en zonas rurales, H en hoteles y $\overline{H}$ en apartamentos turísticos.

a)

$$P(H) = P(H|A)P(A) + P(H|B)P(B) =$$

$$0,75\cdot 0,65 + 0,15\cdot 0,35 = 0,54$$



b)

$$P(B|\overline{H}) = \frac{P(\overline{H}|B)P(B)}{P(\overline{H})}$$

$$\frac{0,85\cdot 0,35}{1-0,54} = 0,6467$$

Problema 17.2 El 69 % de los habitantes de una determinada ciudad ven series, el 35 % películas y el 18 % no ven ni series ni películas. Se elige al azar un habitante de la ciudad.

a) Calcule la probabilidad de que vea series o películas.

b) Sabiendo que ve series, calcule la probabilidad de que vea películas.

c) ¿Cuál es la probabilidad de que vea series y no vea películas?

Solución:

LLamamos A : ven series y B ven películas.
$P(A) = 0,69$, $P(B) = 0,35$ y $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 0,18$

	B	$\overline{B}$	Total
A			$0,69$
$\overline{A}$		$0,18$	
Total	$0,35$		1

$\Longrightarrow$

	B	$\overline{B}$	Total
A	$0,22$	$0,47$	$0,69$
$\overline{A}$	$0,13$	$0,18$	$0,31$
Total	$0,35$	$0,65$	1

a) $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B} = 1 - P(A \cup B) = 0,18 \Longrightarrow P(A \cup B) = 0,82$

b) $P(B|A) = \dfrac{B \cap A}{P(A)} = \dfrac{0,22}{0,69} = 0,3188$

c) $P(A \cap \overline{B}) = 0,47$

17.2. Convocatoria Extraordinaria julio de 2019

Problema 17.3 Una marca de patinetes eléctricos fabrica tres modelos distintos A, B y C. El modelo A supone el 25 % de su producción, el B el 40 % y el resto de la producción corresponde al modelo C. Transcurridos tres meses desde su venta, se comprobó que el 15 % de patinetes del modelo A, el 10 % del B y el 12 % del C había presentado alguna avería. Se elige al azar un patinete de esta marca.

a) Calcule la probabilidad de que dicho patinete haya presentado alguna avería.

b) Si sabemos que el patinete elegido es del modelo A, ¿cuál es la probabilidad de que no haya presentado avería?

c) Calcule la probabilidad de que haya presentado avería o sea del modelo C.

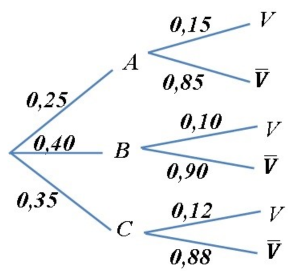
Solución:

LLamamos A : patinete A, B patinete A, C patinete C y V presentan avería.

a)

$P(V) = P(V|A)P(A)+P(V|B)P(B)+P(V|C)P(C) =$

$0,15 \cdot 0,25 + 0,10 \cdot 0,40 + 0,12 \cdot 0,35 = 0,1195$



b) $P(\overline{V}|A) = 0,85$

c) $P(V \cup C) = P(V) + P(C) - P(V \cap C) = P(V) + P(C) - (P(V|C)P(C)) = 0,1195 + 0,35 - (0,12 \cdot 0,35) = 0,4275$

Problema 17.4 De dos sucesos A y B de un mismo espacio muestral se sabe que: $P(A \cap B) = 0,2$, $P(A \cup B) = 0,4$, $P(A|B) = 0,8$.

a) Calcule $P(A)$ y $P(B)$.

b) ¿Son los sucesos A y B independientes? Razone la respuesta.

c) Calcule $P(\overline{A} \cup \overline{B})$.

Solución:

a) $P(A|B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)} \Longrightarrow P(A) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A|B)} = \dfrac{0,2}{0,8} = 0,25$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Longrightarrow P(B) = P(A \cup B) + P(A \cap B) - P(A) = 0,4 + 0,2 - 0,25 = 0,35$.

b) $P(A \cap B) = 0,2 \neq P(A) \cdot P(B) = 0,25 \cdot 0,35 = 0,0875 \Longrightarrow A$ y B no son independientes.

c) $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B) = 1 - 0,2 = 0,8$.