Examen de Matemáticas II (Coincidente 2020) Selectividad-Opción A

Tiempo: 90 minutos

Problema 1 *(2,5 puntos)* Dado el siguiente sistema de ecuaciones lineales

$$\left\{\begin{array}{c} (k+1)x+3y+kz=1 \\ 3x+(k+1)y+2z=k-1 \\ kx+2y+kz=2 \end{array}\right. ,$$

se pide:

a) (2 puntos) Discutir el sistema en función de los valores del parámetro real k.

b) (0,5 puntos) Resolver el sistema para $k=-3$.

Problema 2 *(2,5 puntos)* Dada la función $f(x)=\dfrac{1}{2}-\sin x+x\cos x$, se pide:

a) (1,25 puntos) Estudiar su crecimiento en el intervalo $\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$. Justificar, usando el teorema adecuado, que la función se anula en algún punto de ese intervalo. Justificar razonadamente que ese punto es único.

b) (1,25 puntos) Calcular $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\,dx$.

Problema 3 *(2,5 puntos)* Se consideran los puntos $A(0,-4,2)$, $B(3,-2,3)$ y $C(-1,-3,3)$. Se pide:

a) (0,75 puntos) Comprobar que el triángulo de vértices A, B y C es rectángulo, identificando los catetos y la hipotenusa.

b) (0,75 puntos) Determinar una ecuación del plano π que contiene a los tres puntos.

c) (1 punto) Calcular el punto simétrico de A respecto de la recta que pasa por los puntos B y C.

Problema 4 *(2,5 puntos)* De una bolsa con 20 fichas numeradas del 1 al 20 se extraen sucesivamente 2 fichas sin reemplazamiento. Se pide:

a) (0,5 puntos) Calcular la probabilidad de que ambos números sean múltiplos de 3.

b) (0,75 puntos) Calcular la probabilidad de que el primer número sea múltiplo de 6 y el segundo sea múltiplo de 3.

c) (0,75 puntos) Calcular la probabilidad de que ninguno de los dos números sea múltiplo de 2.

d) (0,5 puntos) Calcular la probabilidad de que la segunda ficha sea un número impar, sabiendo que la primera también lo ha sido.

Examen de Matemáticas II (Coincidente 2020)
Selectividad-Opción A
Tiempo: 90 minutos

Problema 1 *(2,5 puntos)* Sean $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ y A una matriz que verifica $AB = BC$. Se pide:

a) (0,5 puntos) Calcular el determinante de A.

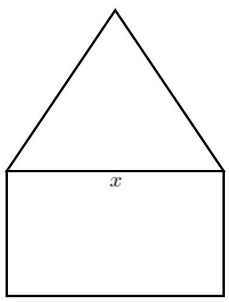
b) (1 punto) Calcular BCB^{-1}.

c) (1 punto) Encontrar el vector $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ tal que $BC \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$.

Problema 2 *(2,5 puntos)* Disponemos de 10 metros de una barra metálica.

Con ella queremos construir una estructura formada por un rectángulo que está rematado por arriba por un triángulo equilátero. La base del triángulo coincide con el lado superior del rectángulo, como se observa en la figura. Para construir la estructura, se cortan 6 trozos de la barra original de longitudes adecuadas y se sueldan para obtener la forma pedida.

Se pide:



a) (0,5 puntos) Si denotamos por x la base del triángulo, calcular su altura en función de x.

b) (2 puntos) Determinar cómo debemos cortar la barra original para que la estructura resultante encierre un área total máxima.

Problema 3 *(2,5 puntos)* Dadas la recta $r : \begin{cases} x - z = 0 \\ x + 2y - z = 4 \end{cases}$ y la recta s que pasa por $A\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right)$ y tiene dirección $(-1, 1, 0)$, se pide:

a) (0,5 puntos) Estudiar la posición relativa de ambas rectas.

b) (1 punto) Calcular la ecuación de un plano que contiene a la recta r y a un vector perpendicular a r y a s.

c) (1 punto) Encontrar una perpendicular común a r y a s.

Problema 4 *(2,5 puntos)* El peso de las crías recién nacidas de una especie de primates sigue una distribución normal X de media $\mu = 3353$ gramos. Sabiendo que $P(X > 3693) = 0,2$, se pide:

a) (1,5 puntos) Calcular la desviación típica, σ, de la distribución de pesos.

b) (1 punto) Calcular el valor x_0 tal que $P(X < x_0) = 0,2$.