Examen de Matemáticas 2ºBachillerato(CN)
Abril 2020

Problema 1 Dadas las curvas $y = x^2/2$, $y = 4/x$.

a) Calcula sus puntos de corte.

b) Esboza una gráfica de las curvas en el intervalo $[1, 3]$.

c) Calcula el área que delimitan entre ellas en el intervalo $[1, 3]$.

Problema 2 Sea la función $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{2x} & \text{si} \quad x < 0 \\ \frac{a-x^2}{2+x} & \text{si} \quad x \geq 0 \end{cases}$

a) Determine, si existe, el valor de a que haga a la función continua en $x = 0$.

b) Calcule el valor de a para que f tenga un extremo relativo en $x = 2$. ¿Es este extremo un máximo o mínimo local?

c) Sea $g(x)$ una función integrable, si $\displaystyle\int_0^3 g(x)\, dx = 4$ y $\displaystyle\int_2^3 g(x)\, dx = 6$, ¿Cuánto vale $\displaystyle\int_0^2 g(x)\, dx$?

Problema 3 Se pide:

a) Determina el valor de a y de b para que la siguiente función $f(x)$ sea derivable en todo $\mathbb{R}$

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + 2 & \text{si} \quad x \leq 1 \\ a\sqrt{x} - \frac{b}{x^2} & \text{si} \quad x > 1 \end{cases}$$

b) Comprueba si la función $f(x) = x^2 - 4$ verifica las hipótesis del teorema de Rolle en el intervalo $[-3, 3]$.

Problema 4 Se pide:

a) Demuestra que la ecuación $\sin x - 2x + 1 = 0$ tiene al menos una solución real en el intervalo $[0, \pi]$.

b) Calcula razonadamente el número exacto de soluciones de la ecuación anterior cuando $x \in [-200, 200]$.

Problema 5 Las páginas de un libro deben tener cada una 600 cm^2 de superficie, con márgenes alrededor del texto de 2 cm en la parte inferior, 3 cm en la parte superior y 2 cm en cada lado. Calcule las dimensiones de la página que permiten la mayor superficie impresa posible.

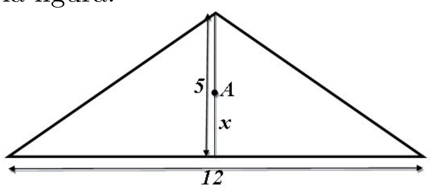
Problema 6 Dada $f(x) = \dfrac{\ln(x)}{x}$, donde ln denota el logaritmo neperiano, definida para $x > 0$, se pide:

a) Calcular, en caso de que exista, una asíntota horizontal de la curva $y = f(x)$.

b) Encontrar un punto de la curva $y = f(x)$ en el que la recta tangente a dicha curva sea horizontal y analizar si dicho punto es un extremo relativo.

c) Calcular el área del recinto acotado limitado por la curva $y = f(x)$ y las rectas $y = 0$ y $x = e$.

Problema 7 Considere un triángulo isósceles cuya base de 12 cm es el lado desigual y cuya altura es de 5 cm. Se quiere determinar un punto A situado sobre la altura a una distancia x de la base de manera que la suma de las distancias del punto A a los tres vértices del triángulo sea mínima. Observe la figura:



a) Demuestre que la suma de las distancias del punto A a los tres vértices del triángulo viene dada por la expresión $f(x) = 5 - x + 2\sqrt{x^2 + 36}$.

b) Calcule el valor de x para que la suma de las distancias sea mínima.

c) Calcule dicha cantidad mínima.