Examen de Matemáticas 2ºBachillerato(CS)

Diciembre 2018

Problema 1 *(2,5 puntos)* Se considera el sistema lineal de ecuaciones, dependiente del parámetro real a:

$$\begin{cases} x - y + z = a \\ 4x + z = a - 1 \\ ax + ay - z = -3 \end{cases}$$

1. Discútase el sistema para los diferentes valores del a.
2. Resuélvase el sistema en el caso $a = 2$ y $a = 1$.

Solución:

1.

$$\overline{A} = \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & -1 & 1 & a \\ 4 & 0 & 1 & a-1 \\ a & a & -1 & -3 \end{array}\right); \quad |A| = 2a - 4 = 0 \Longrightarrow a = 2$$

- Si $a \neq 2 \Longrightarrow |A| \neq 0 \Longrightarrow \text{Rango}(A) = 3 = \text{Rango}(\overline{A}) =$ nº de incógnitas y el sistema es compatible determinado. (Solución única)
- Si $a = 2$:

$$\overline{A} = \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & -1 & 1 & 2 \\ 4 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & -1 & -3 \end{array}\right) = \left[\begin{array}{c} F_1 \\ F_2 - 4F_1 \\ F_3 - 2F_1 \end{array}\right] = \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 4 & -3 & -7 \\ 0 & 4 & -3 & -7 \end{array}\right) =$$

$$= \left[\begin{array}{c} F_1 \\ F_2 \\ F_3 - F_2 \end{array}\right] = \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 4 & -3 & -7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \Longrightarrow$$

Sistema compatible indeterminado (infinitas soluciones)

2.

- Si $a = 2$:

$$\begin{cases} x - y + z = 2 \\ 4x + z = 1 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{4} - \frac{1}{4}\lambda \\ y = -\frac{7}{4} + \frac{3}{4}\lambda \\ z = \lambda \end{cases}$$

- Si $a = 1$:

$$\begin{cases} x - y + z = 1 \\ 4x + z = 0 \\ x + y - z = -3 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \\ z = 4 \end{cases}$$

Problema 2 *(2,5 puntos)* Una empresa fabrica y vende dos modelos de cámaras de fotos: $SX230$ y $WX245$. Para la fabricación de cada cámara del modelo $SX230$ se precisa de 30 minutos de trabajo manual y 20 minutos de trabajo de máquina, mientras que para la fabricación de cada cámara del modelo $WX245$ se precisa de 40 minutos de trabajo manual y 10 minutos de trabajo de máquina. Además se sabe que para la fabricación de estos dos modelos, la empresa dispone cada semana de 6000 minutos de trabajo manual y 3000 minutos de trabajo de máquina.

1. ¿Cuántas cámaras de cada modelo puede fabricar la empresa en una semana? Plantea el problema y representa gráficamente el conjunto de soluciones. ¿Se podrían fabricar 100 cámaras de cada modelo en una semana?

2. Si el beneficio por unidad vendida es de 50 euros para el modelo $SX230$ y de 60 euros para el modelo $WX245$ y la empresa vende todo lo que fabrica, ¿cuántas cámaras de cada modelo debe fabricar en una semana para maximizar el beneficio?

Junio 2014 opción A (Asturias)
Solución:
LLamamos x : nº de cámaras $SX230$ e y nº de cámaras $WX245$.

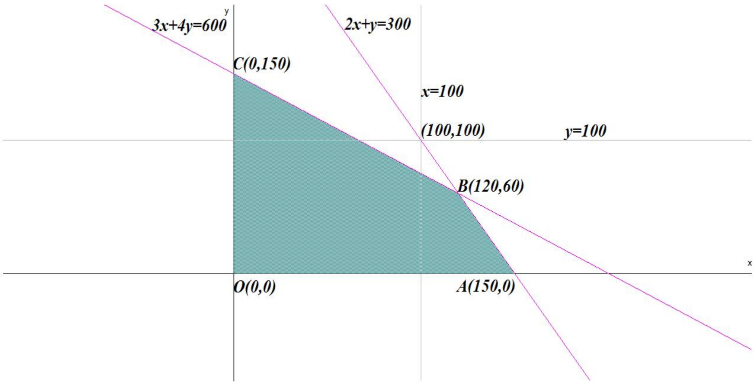
	Manual	Máquina	beneficio
$SX230$	30	20	50
$WX245$	40	10	60
	≤ 6000	≤ 3000	

1. Se trata de un problema de programación, hay que optimizar la función objetivo $f(x,y) = 50x+60y$ calculando su máximo y su mínimo, sujeto a las restricciones (Región factible):

$$S: \begin{cases} 30x + 40y \leq 6000 \\ 20x + 10y \leq 3000 \\ x, y \geq 0 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} 3x + 4y \leq 600 \\ 2x + y \leq 300 \\ x, y \geq 0 \end{cases}$$

   La región S y los vértices a estudiar serán: $O(0,0)$,$A(150,0)$, $B(120,60)$ y $C(0,150)$.
   Esta claro que el punto $(100,100)$ esta fuera de la región factible y, por tanto, no se pueden fabricar 100 cámaras de cada modelo en una semana.

2. $$\begin{cases} f(0,0) = 0 \\ f(150,0) = 7500 \\ f(120,60) = 9600 \text{ Máximo} \\ f(0,150) = 9000 \end{cases}$$



El máximo es de 9600 euros y se alcanza cuando se fabrican 120 cámaras del modelo $SX230$ y 60 del modelo $WX245$.