Examen de Matemáticas 2ºBachillerato(CS)

Diciembre 2018

Problema 1 *(2,5 puntos)* Se considera el sistema de ecuaciones dependiente del parámetro real a:

$$\begin{cases} x - y + az = 2 \\ 3x + y - z = 1 \\ ax + 3y - 3z = -3 \end{cases}$$

1. Discútase el sistema según los diferentes valores de a.
2. Resuélvase el sistema en el caso $a = 1$ y para $a = 0$.

Solución:

1.

$$\overline{A} = \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & -1 & a & 2 \\ 3 & 1 & -1 & 1 \\ a & 3 & -3 & -3 \end{array}\right); \quad |A| = -a^2 + 10a - 9 = 0 \Longrightarrow a = 1, \quad a = 9$$

- Si $a \neq 1$ y $a \neq 9 \Longrightarrow |A| \neq 0 \Longrightarrow \text{Rango}(A) = 3 = \text{Rango}(\overline{A}) =$ nº de incógnitas y el sistema es compatible determinado. (Solución única)
- Si $a = 9$:

$$\overline{A} = \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & -1 & 9 & 2 \\ 3 & 1 & -1 & 1 \\ 9 & 3 & -3 & -3 \end{array}\right) = \left[\begin{array}{c} F_1 \\ F_2 - 3F_1 \\ F_3 - 9F_1 \end{array}\right] = \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & -1 & 9 & 2 \\ 0 & 4 & -28 & -5 \\ 0 & 12 & -84 & -21 \end{array}\right) =$$

$$\left[\begin{array}{c} F_1 \\ F_2 \\ F_3 - 3F_2 \end{array}\right] = \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & -1 & 9 & 2 \\ 0 & 4 & -28 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & -21 \end{array}\right)$$

  Luego el sistema es, en este caso, Incompatible (no tiene solución)
- Si $a = 1$:

$$\overline{A} = \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & -1 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 3 & -3 & -3 \end{array}\right) = \left[\begin{array}{c} F_1 \\ F_2 - 3F_1 \\ F_3 - F_1 \end{array}\right] = \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 4 & -4 & -5 \\ 0 & 4 & -4 & -5 \end{array}\right) =$$

$$\left[\begin{array}{c} F_1 \\ F_2 \\ F_3 - F_2 \end{array}\right] = \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 4 & -4 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

  Luego el sistema es, en este caso, compatible indeterminado(infinitas soluciones)

2. - Si $a = 1$:

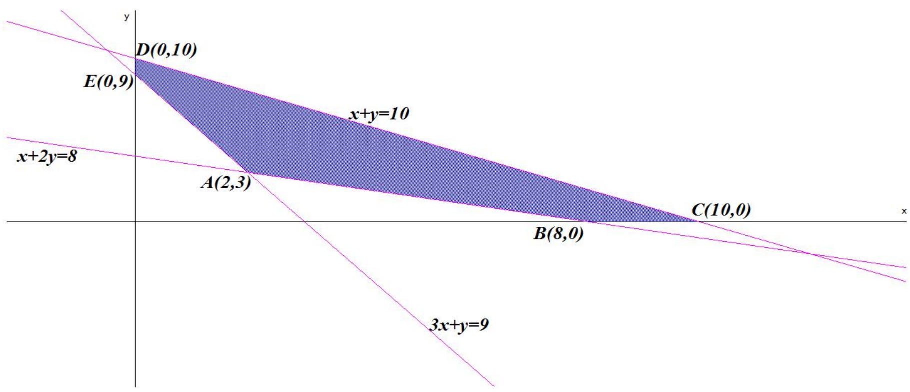
$$\left\{\begin{array}{c} x - y + z = 2 \\ 3x + y - z = 1 \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} x = \frac{3}{4} \\ y = -\frac{5}{4} + \lambda \\ z = \lambda \end{array}\right.$$

- Si $a = 0$:

$$\left\{\begin{array}{c} x - y = 2 \\ 3x + y - z = 1 \\ 3y - 3z = -3 \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} x = \frac{2}{3} \\ y = -\frac{4}{3} \\ z = -\frac{1}{3} \end{array}\right.$$

Problema 2 *(2,5 puntos)* Un deportista solamente puede tomar para desayunar barritas de chocolate y barritas de cereales. Cada barrita de chocolate proporciona 40 gramos de hidratos de carbono, 30 gramos de proteínas y 200 Kcal, mientras que cada barrita de cereales proporciona 80 gramos de hidratos de carbono, 10 gramos de proteínas y 100 Kcal. El deportista quiere tomar al menos 320 gramos de hidratos de carbono y 90 gramos de proteínas, pero no quiere tomar más de 1000 Kcal. El coste de cada barrita de chocolate es de 2 euros, mientras que el de cada barrita de cereales es de 1 euro. Plantear y resolver un problema de programación lineal para determinar cuántas barritas de cada tipo tiene que tomar el deportista para desayunar de forma que cumpla las condiciones anteriores y gaste la menor cantidad de dinero.
Junio 2014 opción B (Comunidad de Aragón)
Solución:
LLamamos x : n$^{\text{o}}$ de barras de chocolate e y n$^{\text{o}}$ de barras de cereales.

	Hidratos	Proteinas	Kcal	precio
Chocolate	40	30	200	2
Cereales	80	10	100	1
	≥ 320	≥ 90	≤ 1000	



$$z(x, y) = 2x + y$$

sujeto a

$$\begin{cases} 40x + 80y \geq 320 \\ 30x + 10y \geq 90 \\ 200x + 100y \leq 1000 \\ x, y \geq 0 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x + 2y \geq 8 \\ 3x + y \geq 9 \\ x + y \leq 10 \\ x, y \geq 0 \end{cases}$$

La región factible estaría delimitada por los vértices: $A(2,3)$, $B(8,0)$,$C(10,0)$,$D(0,10)$ y $E(0,9)$.

$$\begin{cases} z(2,3) = 7 \ \text{Mínimo} \\ z(8,0) = 16 \\ z(10,0) = 20 \\ z(0,10) = 10 \\ z(0,9) = 9 \end{cases}$$

El deportista tiene que consumir 2 barritas de chocolate y 3 de cereales con un coste de 7 euros.