Examen de Matemáticas 2ºBachillerato(CN)

Abril 2019

Problema 1 *(2,5 puntos)* Sean A y B dos sucesos independientes de un experimento aleatorio, cuyas probabilidades son $P(A) = 0,6$ y $P(B) = 0,2$. Calcule las siguientes probabilidades:

$$P(A \cup B), \quad P(\overline{A} \cup \overline{B}), \quad P(\overline{A} \cap \overline{B}), \quad P(\overline{A} \cap B), \quad P(\overline{A}|B)$$

Nota: $\overline{S}$ denota el suceso complementario de S.
(Junio 2018 (coincidente)- Opción B)
Solución:
Tenemos $P(A) = 0,6$, $P(B) = 0,2$ y por ser A y B independientes $P(A \cap B) = 0,6 \cdot 0,2 = 0,12$.

- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,6 + 0,2 - 0,12 = 0,68$
- $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B) = 1 - 0,12 = 0,88$
- $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0,68 = 0,32$
- $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(B) - P(A \cap B) = 0,2 - 0,12 = 0,08$
- $P(\overline{A}|B) = \dfrac{P(\overline{A} \cup B)}{P(B)} = \dfrac{0,08}{0,2} = 0,4$

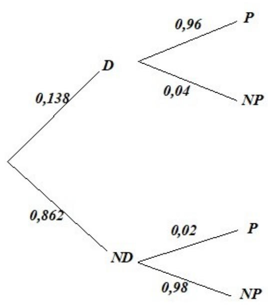
Problema 2 *(2,5 puntos)* Según los datos de la Fundación para la Diabetes, el 13,8 % de los españoles mayores de 18 años tiene diabetes, aunque el 43 % de ellos no sabe que la tiene. Se elige al azar un español mayor de 18 años.

a) (1 punto) ¿Cuál es la probabilidad de que sea diabético y lo sepa?, ¿cuál la de que no sea diabético o no sepa que lo es?

b) (1,5 puntos) Cierto test diagnostica correctamente el 96 % de los casos positivos de diabetes, pero da un 2 % de falsos positivos. Si un español mayor de 18 años da positivo en el test, ¿cuál es la probabilidad de que realmente sea diabético?

(Julio 2018 (extraordinaria)- Opción A)
Solución:
$P(D) = 0,138$ y $P(\overline{S}) = 0,43$

a) $P(D \cap S) = 0,138 \cdot (1 - 0,43) = 0,07866$
$P(\overline{D} \cup \overline{S}) = P\overline{D \cap S}) = 1 - P(D \cap S) = 1 - 0,07866 = 0,92134$



b)

$$P(D|P) = \frac{P(P|D)P(D)}{P(P)} = \frac{0,96 \cdot 0,138}{P(P|D)P(D) + P(P|ND)P(ND)} =$$

$$\frac{0,13248}{0,13248 + 0,02 \cdot 0,862} = 0,88485$$

Problema 3 *(2,5 puntos)* El examen de oposición a la Administración Local de cierta ciudad consta de 300 preguntas, con respuesta verdadero o falso. Un opositor responde al azar todas las preguntas. Se considera la variable aleatoria X(”número de respuestas acertadas”) y se pide:

a) (1,5 puntos) Justificar que la variable X se puede aproximar por una normal y obtener los parámetros correspondientes.

b) (1 punto) Utilizando la aproximación por la normal, hallar la probabilidad de que el opositor acierte a lo sumo 130 preguntas y la probabilidad de que acierte exactamente 160 preguntas.

(Modelo 2019- Opción A)
Solución:

a) Se trata de una distribución binomial $B(300; 0,5)$ con $n = 300$, $p = 0,5$ y $q = 1 - p = 0,5$. Como $np = 300 \cdot 0,5 = 150 > 5$ y $nq = 300 \cdot 0,5 = 150 > 5$ podemos aproximar esta binomial por una normal $N(np, \sqrt{npq}) = N(150; 8,66)$.

b) La probabilidad de que acierte a lo sumo 130 aplicando la correción por continuidad de Yates sería:

$$P(X \leq 130,5) = P\left(Z \leq \frac{130,5 - 150}{8,66}\right) = P(Z \leq -2,25) =$$

$$1 - P(Z \leq 2,25) = 1 - 0,9878 = 0,0122$$

La probabilidad de que acierte exactamente 160 aplicando la correción por continuidad de Yates sería:

$$P(159,5 \leq X \leq 160,5) = P\left(\frac{159,5-150}{8,66} \leq Z \leq \frac{160,5-150}{8,66}\right) =$$

$$P(1,10 \leq Z \leq 1,21) = P(Z \leq 1,21) - P(Z \leq 1,10) =$$

$$0,8869 - 0,8643 = 0,0226$$

Problema 4 *(2,5 puntos)* Sabiendo que el peso de los estudiantes varones de segundo de bachillerato se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal, de media 74 kg y desviación típica 6 kg, se pide:

a) (1 punto) Determinar el porcentaje de estudiantes varones cuyo peso esta comprendido entre los 68 y 80 kg.

b) (0,5 puntos) Estimar cuántos de los 1500 estudiantes varones, que se han presentado a las pruebas de la EvAU en una cierta universidad, pesan más de 80 kg.

c) Si se sabe que uno de estos estudiantes pesa más de 76 kg, ¿cuál es la probabilidad de que pese más de 86 kg?

(Modelo 2018 - Opción A)
Solución:
$N(74, 6)$

a) $P(68 \leq X \leq 80) = P\left(\frac{68-74}{6} \leq Z \leq \frac{80-74}{6}\right) = P(-1 \leq Z \leq 1) = P(Z \leq 1) - P(Z \leq -1) = P(Z \leq 1) - (1 - P(Z \leq 1) = 2P(Z \leq 1) - 1 = 2 \cdot 0,8413 - 1 = 0,6826 \Longrightarrow 68,26\,\%$

b) $P(X \geq 80) = 1 - P(X \leq 80) = 1 - P\left(Z \leq \frac{80-74}{6}\right) = 1 - P(Z \leq 1) = 1 - 0,8413 = 0,1587 \Longrightarrow 15,87\,\% \Longrightarrow$ 238 estudiantes pesarán más de 80 kg.

c) $P(X \geq 86|X \geq 76) = \frac{P(\{X \geq 86\} \cap \{X \geq 76\})}{P(X \geq 76)} = \frac{P(X \geq 86)}{P(X \geq 76)} = \frac{1 - P(X \leq 86)}{1 - P(X \leq 76)} = \frac{1 - P\left(Z \leq \frac{86-74}{6}\right)}{1 - P\left(Z \leq \frac{76-74}{6}\right)} = \frac{1 - P(Z \leq 2)}{1 - P(Z \leq 0,33)} = \frac{1 - 0,9772}{1 - 0,6293} = 0,0615$