Examen de Matemáticas 2ºBachillerato(CS)

Enero 2016

Problema 1 *(2,5 puntos)* Se considera el sistema de ecuaciones dependiente del parámetro real m:

$$\left\{\begin{array}{r} mx+y-z=3 \\ 2x-my+z=2 \\ mx+4y-4z=7 \end{array}\right.$$

1. Discútase el sistema según los diferentes valores de m.

2. Resuélvase el sistema en el caso $m=3$.

Solución:

1.

$$\overline{A}=\left(\begin{array}{rrr|r} m & 1 & -1 & 3 \\ 2 & -m & 1 & 2 \\ m & 4 & -4 & 7 \end{array}\right); \quad |A|=3m(m-1)=0 \Longrightarrow m=0, \quad m=1$$

- Si $m\neq 0$ y $m\neq 1 \Longrightarrow |A|\neq 0 \Longrightarrow \text{Rango}(A)=3=\text{Rango}(\overline{A})=$ nº de incógnitas y el sistema es compatible determinado. (Solución única)
- Si $m=0$:

$$\overline{A}=\left(\begin{array}{rrr|r} 0 & 1 & -1 & 3 \\ 2 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 4 & -4 & 7 \end{array}\right); \quad |A|=0, \quad \left|\begin{array}{cc} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{array}\right|=-2\neq 0 \Longrightarrow \text{Rango}(A)=2$$

  Como $|C_2, C_3, C_4|=\left|\begin{array}{rrr} 1 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 4 & -4 & 7 \end{array}\right|=-5\neq 0 \Longrightarrow \text{Rango}(\overline{A})=3.$
  Como $\text{Rango}(A)=2\neq\text{Rango}(\overline{A})<$ el sistema es incompatible (no tiene solución).
- Si $m=1$:

$$\overline{A}=\left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 1 & -1 & 3 \\ 2 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & 4 & -4 & 7 \end{array}\right); \quad |A|=0, \quad \left|\begin{array}{rr} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{array}\right|=-3\neq 0 \Longrightarrow \text{Rango}(A)=2$$

  Como $F_3=3F_1-F_2 \Longrightarrow \text{Rango}(\overline{A})=2$. Como $\text{Rango}(A)=2=\text{Rango}(\overline{A}) \Longrightarrow$ nº de incógnitas $\Longrightarrow$ el sistema es compatible indeterminado (infinitas soluciones).

2. Si $a = 3$:
$$\left\{\begin{array}{l} 3x + y - z = 3 \\ 2x - 3y + z = 2 \\ 3x + 4y - 4z = 7 \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} x = 5/9 \\ y = -10/9 \\ z = -22/9 \end{array}\right.$$

Problema 2 *(2,5 puntos)* Una empresa fabrica y vende dos tipos de cámaras de fotos: $SX230$ y $WX245$. Para la fabricación de una cámara del modelo $SX230$ se precisa de 30 minutos de trabajo manual y 20 minutos de trabajo de máquina, mientras que para la fabricación de una cámara del modelo $WX245$ se precisa de 40 minutos de trabajo manual y 10 minutos de trabajo de máquina. Además se sabe que para la fabricación de estos dos modelos la empresa dispone cada semana de 6000 minutos de trabajo manual y 3000 minutos de trabajo de máquina.

1. ¿Cuántas cámaras de cada modelo puede fabricar la empresa en cada semana? Plantea el problema y representa gráficamente el conjunto de soluciones. ¿Se podrían fabricar 100 cámaras de cada modelo en una semana?

2. Si el beneficio por unidad vendida es de 50 euros para el modelo $SX230$ y de 60 euros para el modelo $WX245$ y la empresa vende todo lo que fabrica, ¿cuántas cámaras de cada modelo debe de fabricar en una semana para maximizar el beneficio?

(Junio 2015 - Opción A) Asturias

Solución:

LLamamos x : al nº de cámaras $SX230$ e y al nº de cámaras $WX245$.

	Manual	Máquina	Beneficio
$SX230$	30	20	50
$WX245$	40	10	60
	$\leq$ 6000	$\leq$ 3000	

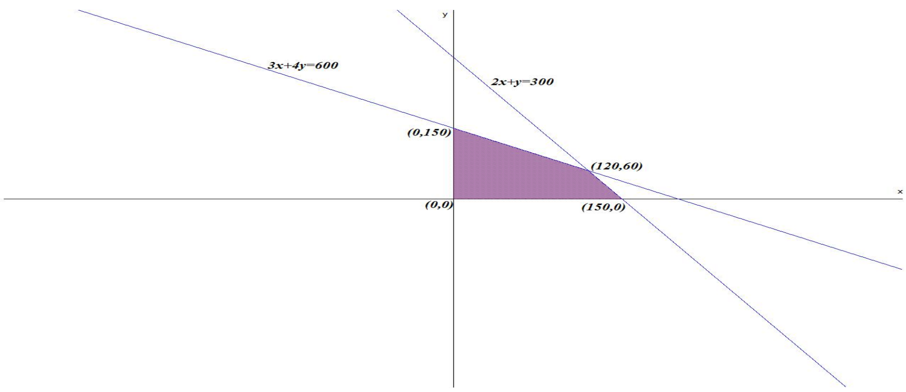
$$z(x, y) = 50x + 60y$$

sujeto a
$$\left\{\begin{array}{l} 30x + 40y \leq 6000 \\ 20x + 10y \leq 3000 \\ x, y \geq 0 \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} 3x + 4y \leq 600 \\ 2x + y \leq 300 \\ x, y \geq 0 \end{array}\right.$$

Está claro que el punto $(100, 100)$ está fuera de la región factible y, por tanto, no es posible como solución.

$$\left\{\begin{array}{l} z(150, 0) = 7500 \\ z(120, 60) = 9600 \text{ Máximo} \\ z(0, 150) = 9000 \end{array}\right.$$

Hay que fabricar 120 cámaras del modelo $SX230$ y 60 cámaras del modelo $WX245$ para que el beneficio sea máximo con un montante de 9600 euros.


y
3x+4y=600
2x+y=300
(0,150)
(120,60)
x
(0,0)
(150,0)