Examen de Matemáticas II (Modelo 2016)
Selectividad-Opción A
Tiempo: 90 minutos

Problema 1 *(3 puntos)* Dado el sistema de ecuaciones lineales:

$$\left\{\begin{array}{rrrr} x+ & 2y+ & kz = & 1 \\ 2x+ & 4y+ & z = & 3 \\ kx+ & 2y- & z = & 3 \end{array}\right.$$

se pide:

a) (2 puntos). Discutirlo según los valores de k.

b) (0,5 puntos). Resolverlo en el caso $k = 2$.

c) (0,5 puntos). Resolverlo en el caso $k = 1$.

Problema 2 *(3 puntos)* Dada la función $f(x) = 2x^2 - \dfrac{x^3}{3}$, se pide:

a) (0,75 puntos). Hallar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de $f(x)$.

b) (0,5 puntos). Determinar las coordenadas de sus extremos relativos.

c) (0,75 puntos). El valor máximo que puede tener la pendiente de una recta tangente a la gráfica de $f(x)$.

d) (1 punto). El volumen del cuerpo de revolución que se obtiene al girar la gráfica de la función en torno al eje OX, entre los puntos de corte de la misma con dicho eje.

Problema 3 *(2 puntos)* Dados el plano $\pi \equiv x + 2y - z = 5$ y la recta $r : \left\{\begin{array}{l} x + y - 2z = 1 \\ 2x + y - z = 2 \end{array}\right.$ se pide:

a) (1 punto). Determinar la ecuación del plano que contiene a la recta r y pasa por el punto $P(1, 0, 1)$.

b) (1 punto). Hallar la ecuación de la recta que es perpendicular al plano π y pasa por el punto $Q(2, 1, 1)$.

Problema 4 *(2 puntos)* Dados los puntos $P(1, 1, 3)$ y $Q(0, 1, 1)$, se pide:

a) (1 punto). Hallar todos los puntos R que equidistan de P y Q. Describir dicho conjunto de puntos.

b) (1 punto). Hallar los puntos S contenidos en la recta que pasa por P y Q que verifiquen que $d(P,S) = 2d(Q,S)$.

Examen de Matemáticas II (Modelo 2016) Selectividad-Opción B

Tiempo: 90 minutos

Problema 1 *(3 puntos)* Dados los planos

$$\pi_1 \equiv 3x + 4y - 5z - 7 = 0, \quad \pi_2 \equiv x - 2y + z - 3 = 0$$

se pide:

a) (1 punto). Hallar un vector unitario cuya dirección sea paralela a los planos π_1 y π_2.

b) (1 punto). Hallar la distancia del punto $P(3,-1,2)$ al plano π_1.

c) (1 punto). Hallar el coseno del ángulo que forman los planos π_1 y π_2.

Problema 2 *(3 puntos)* Dada la función:

$$f(x) = \begin{cases} |x| & \text{si} \quad x < 1 \\ xe^{1-x} & \text{si} \quad x \geq 1 \end{cases}$$

se pide:

a) (1,5 puntos). Estudiar su continuidad y derivabilidad y calcular la función derivada f' donde sea posible.

b) (0,5 puntos). Calcular $\displaystyle\int_{-1}^{1} f(x)\,dx$.

c) (1 punto). Calcular $\displaystyle\int_{1}^{2} f(x)\,dx$.

Problema 3 *(2 puntos)* Dadas las matrices

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \quad O = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

se pide:

a) (1 punto). Calcular el valor o valores de λ que hacen que el determinante de la matriz $M - \lambda I$ sea igual a 0.

b) (1 punto). Para $\lambda = -1$, resolver el sistema de ecuaciones lineales: $(M - \lambda I)X = O$.

Problema 4 *(2 puntos)* Dadas las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

resolver la ecuación matricial $AX + 3B = B(A^t + 3I)$, donde A^t denota la matriz transpuesta de A.