

Examen de Matemáticas 2º Bachillerato (CN)
Mayo 2016

Problema 1 Dada la función:

$$f(x) = \begin{cases} a & \text{si } x < 0 \\ 1 + xe^{-x} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

Se pide:

- a) Determinar el valor de a para que f sea continua en $x = 0$ y estudiar, en este caso, la derivabilidad de f en $x = 0$.
- b) Calcular, en función de a la integral $\int_{-1}^1 f(x) dx$.

Problema 2 Dada la función $f(x) = e^{-x} - x$

- a) Determinar el polinomio de segundo grado, $P(x) = ax^2 + bx + c$, que verifica simultáneamente las tres condiciones siguientes: $P(0) = f(0)$, $P'(0) = f'(0)$, $P''(0) = f''(0)$.
- b) Usar los teoremas de Bolzano y Rolle para demostrar que la ecuación $f(x) = 0$ tiene una única solución real.

Problema 3 Dada la función $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 3}$, se pide:

- a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}$ y $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$
- b) Justificar que f está definida en todo x del intervalo $[0, 1]$ y calcular $\int_0^1 (x - 2)f(x) dx$

Problema 4 Calcular

- a) $\int_1^{3/2} \frac{dx}{1 - 4x^2}$
- b) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right)$

Problema 5 Calcular el área encerrada por las gráficas de las funciones $f(x) = 4x^2 - 11x - 12$ y $g(x) = x^2 + 7x + 9$.