Examen de Matemáticas 2ºBachillerato(CS)
Mayo 2015

Problema 1 *(2 puntos)* Sean A y B dos sucesos de un espacio muestral tales que: $P(A) = 0,4$; $P(A \cup B) = 0,5$; $P(B|A) = 0,5$. Calcúlense:

1. $P(B)$:
2. $P(A|\overline{B})$.

Nota: $\overline{S}$ denota al suceso complementario del suceso S.
(Junio 2014 - Opción A)
Solución:

1.

$$P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} \Longrightarrow P(B \cap A) = P(B|A)P(A) = 0,5 \cdot 0,4 = 0,2$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Longrightarrow P(B) = P(A \cup B) + P(A \cap B) - P(A) =$$
$$= 0,5 + 0,2 - 0,4 = 0,3$$

2.

$$P(A|\overline{B}) = \frac{P(A \cap \overline{B})}{P(\overline{B})} = \frac{P(A) - P(A \cap B)}{1 - P(B)} = \frac{0,4 - 0,2}{1 - 0,3} = 0,28$$

Problema 2 *(2 puntos)* La longitud, en milímetros (mm), de los individuos de una determinada colonia de gusanos de seda se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de media desconocida μ y desviación típica igual a 3 mm.

1. Se toma una muestra aleatoria simple de 48 gusanos de seda y se obtiene una media muestral igual a 36 mm. Determínese un intervalo de confianza para la media poblacional de la longitud de los gusanos de seda con un nivel de confianza del 95 %.
2. Determínese el tamaño muestral mínimo necesario para que el error máximo cometido en la estimación de μ por la media muestral sea menor o igual que 1 mm con un nivel de confianza del 90 %.

(Junio 2014 - Opción A)
Solución:

1. Tenemos $\overline{X} = 36$, $\sigma = 3$, $n = 48$ y $z_{\alpha/2} = 1,96$:

$$IC = (\overline{X} - E, \overline{X} + E) = (35,151; 36,849)$$

$$E = z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1,96\frac{3}{\sqrt{48}} = 0,849$$

2. $E = 1$, $\sigma = 3$ y $z_{\alpha/2} = 1,645$

$$1 = 1,645\frac{3}{\sqrt{n}} \Longrightarrow n \simeq 24,35$$

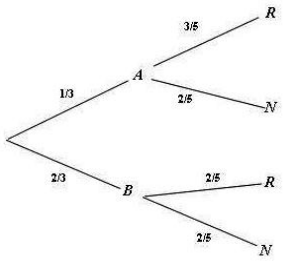
   Luego $n = 25$.

Problema 3 *(2 puntos)* Se dispone de un dado cúbico equilibrado y dos urnas A y B. La urna A contiene 3 bolas rojas y 2 negras; la urna B contiene 2 rojas y 3 negras. Lanzamos el dado: si el número obtenido es 1 ó 2 extraemos una bola de la urna A; en caso contrario extraemos una bola de la urna B.

1. ¿Cuál es la probabilidad de extraer una bola roja?
2. Si la bola extraída es roja, ¿cuál es la probabilidad de que sea de la urna A?

(Junio 2014 - Opción B)

Solución:



1.
$$P(R) = P(R|A)P(A) + P(R|B)P(B) = \frac{1}{3}\cdot\frac{3}{5} + \frac{2}{3}\cdot\frac{2}{5} = \frac{7}{15}$$

2.
$$P(A|R) = \frac{P(R|A)P(A)}{P(R)} = \frac{3/5\cdot 1/3}{7/15} = \frac{3}{7}$$

Problema 4 *(2 puntos)* El número de megabytes (Mb) descargados mensualmente por el grupo de clientes de una compañía de telefonía móvil con la tarifa AA se puede aproximar por una distribución normal con media 3,5 Mb y una desviación típica igual a 1,4 Mb. Se toma una muestra aleatoria de tamaño 24.

1. ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral sea inferior de 3,37 Mb?.
2. Supóngase ahora que la media poblacional es desconocida y que la media muestral toma el valor de 3,42 Mb. Obténgase un intervalo de confianza al 95 % para la media de la población.

(Junio 2013 - Opción A)

Solución:

$$N(3{,}5; 1{,}4),\ \ n = 24 \longrightarrow N\left(3{,}5; \frac{1{,}4}{\sqrt{24}}\right) = N(3{,}5; 0{,}28)$$

1.

$$P(\overline{X} < 3{,}37) = P\left(Z < \frac{3{,}37 - 3{,}5}{0{,}28}\right) = P(Z < -0{,}46) = 1 - P(Z < 0{,}46) = 0{,}3228$$

2. $N(\mu, 1{,}4)$, $z_{\alpha/2} = 1{,}96$ y $\overline{X} = 3{,}42$:

$$E = z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 0,56$$

$$IC = (\overline{X} - E, \overline{X} + E) = (2{,}86; 3{,}98)$$

Problema 5 *(2 puntos)* Al analizar las actividades de ocio de un grupo de trabajadores fueron clasificados como deportistas o no deportistas y como lectores o no lectores. Se sabe que el 55 % de los trabajadores se clasificaron como deportistas o lectores, el 40 % como deportistas y el 30 % lectores. Se elige un trabajador al azar:

1. Calcúlese la probabilidad de sea deportista y no lector.
2. Sabiendo que el trabajador elegido es lector, calcúlese la probabilidad de que sea deportista.

(Junio 2013 - Opción A)

Solución:

$D \equiv$ deportistas, $L \equiv$ lectores.

$$P(D \cup L) = 0,55,\ \ P(D) = 0,4,\ \ P(L) = 0,3$$

1. $P(D \cup L) = P(D) + P(L) - P(D \cap L) \Longrightarrow P(D \cap L) = P(D) + P(L) - P(D \cup L) = 0,4 + 0,3 - 0,55 = 0,15$
   $P(D \cap \overline{L}) = P(D) - P(D \cap L) = 0,4 - 0,15 = 0,25$

2. $$P(D|L) = \frac{P(D \cap L)}{P(L)} = \frac{0,15}{0,3} = 0,5$$