Examen de Matemáticas 2ºBachillerato(CS)

Diciembre 2013

Problema 1 Se considera el sistema lineal de ecuaciones, dependiente del parámetro real m :

$$\left\{\begin{array}{rrrr} mx+ & my- & 2z= & 2\\ 2x+ & 2y+ & z= & 5\\ x+ & my- & 7z= & m \end{array}\right.$$

1. Discútase el sistema según los diferentes valores de m.
2. Resuélvase el sistema en el caso en el que tiene infinitas soluciones.
3. Resuélvase el sistema en el caso $m=0$.

Solución:

1.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} m & m & -2 & 2\\ 2 & 2 & 1 & 5\\ 1 & m & -7 & m \end{array}\right);\ |A|=-m^2-3m+4=0\Longrightarrow m=1,\quad m=-4$$

- Si $m\neq 1$ y $m\neq -4\Longrightarrow |A|\neq 0\Longrightarrow$ Rango$(A)=3=$Rango$(\overline{A})=$ nº de incógnitas $\Longrightarrow$ Sistema compatible determinado (solución única).
- Si $m=-4$:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} -4 & -4 & -2 & 2\\ 2 & 2 & 1 & 5\\ 1 & -4 & -7 & -4 \end{array}\right);\ |A|=0 \text{ y } \left|\begin{array}{cc} -4 & -4\\ 1 & -4 \end{array}\right|=20\neq 0\Longrightarrow \text{Rango}(A)=2$$

$$\left|\begin{array}{ccc} -4 & -2 & 2\\ 2 & 1 & 5\\ 1 & -7 & -4 \end{array}\right|=180\neq 0\Longrightarrow \text{Rango}(\overline{A})=3$$

  Como Rango$(A)\neq$ Rango$(\overline{A})\Longrightarrow$ el sistema es incompatible y no tiene solución.
- Si $m=1$:

$$\overline{A}=\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -2 & 2\\ 2 & 2 & 1 & 5\\ 1 & 1 & -7 & 1 \end{array}\right);\ |A|=0 \text{ y } \left|\begin{array}{cc} 1 & -2\\ 2 & 1 \end{array}\right|=5\neq 0\Longrightarrow \text{Rango}(A)=2$$

  Además $F_3=3F_1-F_2\Longrightarrow$ el sistema es compatible indeterminado (infinitas soluciones).

2.
$$\left\{\begin{array}{rrrr} x+ & y- & 2z= & 2 \\ 2x+ & 2y+ & z= & 5 \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} x=12/5-\lambda \\ y=\lambda \\ z=1/5 \end{array}\right.$$

3. $m=0$
$$\left\{\begin{array}{c} -2z=2 \\ 2x+2y+z=5 \\ x-7z=0 \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} x=-7 \\ y=10 \\ z=-1 \end{array}\right.$$

Problema 2 Sea el recinto determinado por las inecuaciones siguientes:

$$x+y\le 20;\quad 3x+5y\le 70;\quad x\ge 0;\quad y\ge 0$$

1. Razone si el punto de coordenadas $(4,1;11,7)$ pertenece al recinto.
2. Represente gráficamente dicho recinto y calcule sus vértices.
3. ¿Donde alcanzará la función $F(x,y)=0,6x+y$ sus valores extremos y cuáles serán éstos?

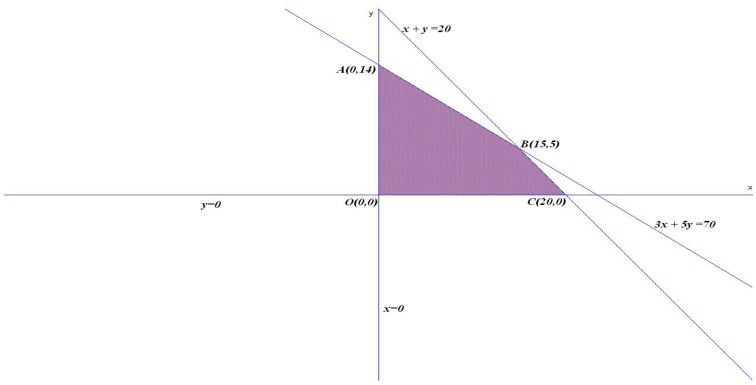
(Andalucía Junio 2011)

Solución:

1. El punto en cuestión no está en el recinto, ya que no cumple las condiciones del problema:

$$4,1+11,7=15,8\le 20;\quad 3\cdot 4,1+5\cdot 11,7=70,8\ge 70$$

2.
$$\left\{\begin{array}{l} x+y\le 20 \\ 3x+5y\le 70 \\ x\ge 0 \\ y\ge 0 \end{array}\right.$$



3. $A(0,14)$, $B(15,5)$, $C(20,0)$ y $O(0,0)$

4. $$\left\{\begin{array}{l} F(0,14) = 14 \Longleftarrow \text{Máximo} \\ F(15,5) = 14 \Longleftarrow \text{Máximo} \\ F(20,0) = 12 \\ F(0,0) = 0 \Longleftarrow \text{Mínimo} \end{array}\right.$$

   La función alcanza el máximo, dentro del recinto, en cualquier punto del segmento $\overline{AB}$ con 14 y el mínimo en el punto O con 0.