

Examen de Matemáticas II (Modelo 2014)
Selectividad-Opción A

Tiempo: 90 minutos

Problema 1 (3 puntos) Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & k \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

se pide:

1. (0,5 puntos). Hallar los valores de k para los que existe la matriz inversa A^{-1} .
2. (1 punto). Hallar la matriz A^{-1} para $k = 6$.
3. (1,5 puntos). Resolver la ecuación matricial $AX - A = B$ para $k = 6$.

Problema 2 (3 puntos) Dados el punto $P(1; 1; 1)$ y los planos

$$\pi_1 \equiv 3x + ay + z = 0; \quad \pi_2 \equiv ax + y + 2z = 0; \quad \pi_3 \equiv x + y - z = 0;$$

se pide:

1. (1 punto). Calcular los valores de a para los que los planos se cortan en una recta.
2. (1 punto). Para $a = 2$, hallar la ecuación del plano que pasa por el punto P y es perpendicular a la recta intersección de los planos π_1 y π_2 .
3. (1 punto). Hallar el punto P' proyección de P sobre el plano π_3 .

Problema 3 (2 puntos) Calcular los siguientes límites:

1. (1 punto). $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan x - x}{x^3}$
2. (1 punto). $\lim_{x \rightarrow 0} [1 - \sin x]^{1/x}$

Problema 4 (2 puntos)

1. (1 punto). Sea $g(x)$ una función derivable que cumple $g(6) = \int_5^6 g(x) dx$.
Hallar

$$\int_5^6 (x - 5)g'(x) dx$$

2. (1 punto). Sea $f(x)$ una función continua que verifica $\int_1^e f(u) du = \frac{1}{2}$.
Hallar

$$\int_0^2 f(e^{x/2})e^{x/2} dx.$$

Examen de Matemáticas II (Modelo 2014)
Selectividad-Opción B
Tiempo: 90 minutos

Problema 1 (3 puntos) Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 + 6}{x - 1} & \text{si } x < 0 \\ \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

se pide:

- (0,75 puntos). Estudiar su continuidad.
- (1 punto). Estudiar la existencia de asíntotas de su gráfica y, en su caso, calcularlas.
- (1,25 puntos). Hallar los extremos relativos y esbozar de su gráfica.

Problema 2 (3 puntos)

- (1 punto) Determinar si se puede construir un triángulo que tenga dos de sus lados sobre la rectas

$$r \equiv \begin{cases} x = -2 + \lambda \\ y = -6 + 2\lambda \\ z = 1 + \lambda \end{cases} \quad s \equiv \begin{cases} x + y - 4 = 0 \\ 2x + z - 6 = 0 \end{cases}$$

- (2 puntos) Encontrar la ecuación de la recta perpendicular común a las dos rectas anteriores.

Problema 3 (2 puntos) Dado el sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{cases} (a+2)x + (a+1)y = -6 \\ x + 5y = a \\ x + y = -5 \end{cases}$$

se pide:

1. (1,5 puntos). Discutir el sistema según los valores de a .
2. (0,5 puntos). Resolverlo cuando sea posible.

Problema 4 (2 puntos) Sabiendo que el valor del determinante

$$\begin{vmatrix} x & y & z \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 4 & 6 \end{vmatrix}$$

es igual a 1, calcular el valor de los determinantes:

1. (1 punto). $\begin{vmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 3x & 2y & z \\ 6 & 8 & 6 \end{vmatrix}$.

2. (1 punto). $\begin{vmatrix} 2+x & 4+y & 6+z \\ 3x-1 & 3y & 3z-1 \\ 3 & 4 & 7 \end{vmatrix}$.