Examen de Matemáticas II (Junio 2014)
Selectividad-Coincidentes-Opción A

Tiempo: 90 minutos

Problema 1 *(3 puntos)* Dado el sistema de ecuaciones lineales

$$\left\{\begin{array}{rrrr} x- & y+ & z= & 1 \\ & y- & z= & a \\ x+ & y- & z= & 3a^2 \end{array}\right.$$

se pide:

a) (2 puntos). Discutirlo según los valores de a.

b) (1 punto). Resolverlo cuando sea posible.

Problema 2 *(3 puntos)* Dada la función $f(x) = \dfrac{mx^3 - 1}{x^2}$, se pide:

a) (1 punto). Hallar el valor de m para el que f tiene un extremo relativo en $x = 1$.

b) (1 punto). Obtener las asíntotas de f para el caso $m = -2$.

c) (1 punto). En el caso $m = -2$, estudiar los intervalos de crecimiento de f y calcular los puntos de corte con los ejes. Esbozar la gráfica de f y sus asíntotas.

Problema 3 *(2 puntos)* Dado el plano $\pi \equiv 2x - y + z = 1$, se pide:

a) (1 punto). Obtener las rectas que pasan por el origen de coordenadas, son paralelas al plano π y cortan al plano $z = 0$ con un ángulo de 45 grados.

b) (1 punto). Hallar la ecuación de la esfera de centro el origen $O(0, 0, 0)$ que es tangente a π.

Problema 4 *(2 puntos)* Sean los puntos $A(2, 1, 0)$ y $B(0, 1, -4)$. Se pide:

a) (1 punto). Hallar la ecuación del plano π respecto del cual A y B son simétricos.

b) (1 punto). Calcular los puntos situados sobre la recta determinada por A y B que están a $\sqrt{6}$ unidades de distancia de $P(2, -1, 1)$.

www.musat.net

Examen de Matemáticas II (Junio 2014)
Selectividad-Coincidentes-Opción B
Tiempo: 90 minutos

Problema 1 *(3 puntos)* Dados el plano $\pi \equiv 5x - 3y + 4z - 10 = 0$ y la recta $r \equiv \dfrac{x-2}{3} = \dfrac{y+6}{1} = \dfrac{z-8}{-3}$, se pide:

a) (1 punto). Hallar la distancia de la recta al plano.

b) (1 punto). Hallar la proyección del punto $P(5, -2, 1)$ sobre el plano π.

c) (1 punto). Hallar la proyección del punto $Q(-1, 7, 3)$ sobre la recta r.

Problema 2 *(3 puntos)* Sabiendo que la matriz $A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ 1 & 2 & 3 \\ x & y & z \end{pmatrix}$ tiene determinante igual a 10, se pide calcular justificadamente:

a) (1 punto). El determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 2a+b & b & c \\ 4 & 2 & 3 \\ 2x+y & y & z \end{pmatrix}$.

b) (1 punto). El determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 3x & 3y & 3z \\ 1 & 2 & 3 \\ 2a & 2b & 2c \end{pmatrix}$.

c) (1 punto). El determinante de la matriz $(BB^t)^3$, donde $B = \begin{pmatrix} a+2 & b+4 & c+6 \\ 1 & 2 & 3 \\ x & y & z \end{pmatrix}$ y B^t es la matriz transpuesta de B.

Problema 3 *(2 puntos)* Sea $f(x)$ una función con derivada continua tal que $f(0) = 1$ y $f'(0) = 2$. Se considera la función $g(x) = 2(f(x))^2$ y se pide:

a) (1 punto). Hallar la recta tangente a la curva $y = g(x)$ en $x = 0$.

b) (1 punto). Calcular $\lim\limits_{x \longrightarrow 0} \dfrac{f(x) - 1}{e^{-x} - 1}$.

Problema 4 *(2 puntos)* Calcular:

a) (1 punto). $\displaystyle\int_1^{3/2} \frac{dx}{1 - 4x^2}$

b) (1 punto). $\lim\limits_{x \longrightarrow 1} \left(\dfrac{1}{x-1} - \dfrac{1}{\ln x} \right)$, donde ln denota logaritmo neperiano.

www.musat.net