Examen de Matemáticas II (Junio 2014) Selectividad-Opción A

Tiempo: 90 minutos

Problema 1 *(3 puntos)* Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} \alpha & \beta & \gamma \\ \gamma & 0 & \alpha \\ 1 & \beta & \gamma \end{pmatrix}; \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad O = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

se pide:

a) (1,5 puntos). Calcula α, β y γ para que $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ sea solución del sistema $AX = B$.

b) (1 punto). Si $\beta = \gamma = 1$ ¿Qué condición o condiciones debe cumplir α para que el sistema lineal homogéneo $AX = O$ sea compatible determinado?

c) (0,5 puntos). Si $\alpha = -1$, $\beta = 1$ y $\gamma = 0$, resuelve el sistema $AX = B$.

Problema 2 *(3 puntos)* Dados el punto $P(1, 0, 1)$, el plano $\pi \equiv x+5y-6z = 1$ y la recta $r : \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$, se pide:

a) (1 punto). Calcular el punto P' simétrico a P respecto de π.

b) (1 punto). Hallar la distancia de P a r.

c) (1 punto). Calcular el volumen del tetraedro formado por el origen de coordenadas $O(0, 0, 0)$ y las intersecciones de π con los ejes coordenados OX, OY y OZ.

Problema 3 *(2 puntos)*

a) (1 punto). Sea $f : R \longrightarrow R$ una función dos veces derivable. Sabiendo que el punto de abscisa $x = -2$ es un punto de inflexión de la gráfica de $f(x)$ y que la recta de ecuación $y = 16x+16$ es tangente a la gráfica de $f(x)$ en dicho punto, determinar:

$$f(-2), \quad f'(-2) \text{ y } f''(-2)$$

b) (1 punto). Determinar el área de la región acotada limitada por la gráfica de la función $g(x) = x^4 + 4x^3$ y el eje OX.

Problema 4 *(2 puntos)* Calcular justificadamente:

a) $\lim_{x\longrightarrow 0} \dfrac{1-2x-e^x+\sin(3x)}{x^2}$

b) $\lim_{x\longrightarrow \infty} \dfrac{(5x^2+2)(x-6)}{(x^2-1)(2x-1)}$

Examen de Matemáticas II (Junio 2014) Selectividad-Opción B

Tiempo: 90 minutos

Problema 1 *(3 puntos)* Dada la función

$$f(x)=\begin{cases} a+\ln(1-x) & \text{si } \ x<0 \\ x^2e^{-x} & \text{si } \ x\ge 0 \end{cases}$$

(donde ln denota logaritmo neperiano) se pide:

a) (1 punto). Calcular $\lim_{x\longrightarrow\infty} f(x)$ y $\lim_{x\longrightarrow -\infty} f(x)$.

b) (1 punto). Calcular el valor de a, para que $f(x)$ sea continua en todo R.

c) (1 punto). Estudiar la derivabilidad de f y calcular f', donde sea posible.

Problema 2 *(3 puntos)* Dados el plano $\pi \equiv 2x-y=2$, y la recta $r\equiv \begin{cases} x=1 \\ y-2z=2 \end{cases}$

a) (1 punto). Estudiar la posición relativa de r y π.

b) (1 punto). Determinar el plano que contiene a r y es perpendicular a π.

c) (1 punto). Determinar la recta que pasa por $A(-2,1,0)$, corta a r, y es paralela a π.

Problema 3 *(2 puntos)* Dada la matriz:

$$A=\begin{pmatrix} -1 & -1 & a \\ -3 & 2 & a \\ 0 & a & -1 \end{pmatrix}, \quad \text{se pide :}$$

a) (1 punto). Hallar el valor o valores de a para que la matriz A tenga inversa.

b) (1 punto). Calcular la matriz inversa A^{-1} de A, en el caso $a = 2$.

Problema 4 *(2 puntos)* Por la compra de cinco cuadernos, dos rotuladores y tres bolígrafos se han pagado veintidós euros. Si se compran dos cuadernos, un rotulador y seis bolígrafos, el coste es de catorce euros. Se pide:

a) (1 punto). Expresar, en función del precio de un bolígrafo, lo que costaría un cuaderno y lo que costaría un rotulador.

b) (1 punto). Calcular lo que deberíamos pagar si adquirimos ocho cuadernos y tres rotuladores.