

Examen de Matemáticas 2º Bachillerato (CS)

Diciembre 2012

Problema 1 Se considera el sistema lineal de ecuaciones, dependiente del parámetro real m :

$$\begin{cases} mx+ & y- & z = & 3 \\ 2x+ & y+ & z = & 5 \\ mx+ & 2y- & 4z = & 4 \end{cases}$$

1. Discútase el sistema según los diferentes valores de m .
2. Resuélvase el sistema en el caso en el que tiene infinitas soluciones.
3. Resuélvase el sistema en el caso $m = 0$.

Solución:

1.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} m & 1 & -1 & 3 \\ 2 & 1 & 1 & 5 \\ m & 2 & -4 & 4 \end{array} \right); |A| = 4 - 4m = 0 \implies m = 1$$

- Si $m \neq 1 \implies |A| \neq 0 \implies \text{Rango}(A) = 3 = \text{Rango}(\bar{A}) = \text{n}^\circ$ de incógnitas \implies Sistema compatible determinado (solución única).
- Si $m = 1$:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 3 \\ 2 & 1 & 1 & 5 \\ 1 & 2 & -4 & 4 \end{array} \right); |A| = 0 \text{ y } \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = -1 \neq 0 \implies \text{Rango}(A) = 2$$

Además $F_3 = 3F_1 - F_2 \implies$ el sistema es compatible indeterminado (infinitas soluciones).

2.

$$\begin{cases} x+ & y- & z = & 3 \\ 2x+ & y+ & z = & 5 \end{cases} \implies \begin{cases} x = 2 - 2\lambda \\ y = 1 + 3\lambda \\ z = \lambda \end{cases}$$

3. $m = 0$

$$\begin{cases} y - z = 3 \\ 2x + y + z = 5 \\ 2y - 4z = 4 \end{cases} \implies \begin{cases} x = 0 \\ y = 4 \\ z = 1 \end{cases}$$

Problema 2 Un agricultor dispone de 24 hectáreas de tierra para plantar manzanos y perales. Cada año se requiere para cada hectárea de manzanos 100 m^3 de agua y 150 jornadas de trabajo, y para cada hectárea de perales 200 m^3 de agua y 50 jornadas de trabajo. Solo se dispone en total, para cada año, de 4000 m^3 de agua y 3000 jornadas de trabajo. Sabiendo que el beneficio anual por cada hectárea de manzanos es de 2000 euros y por hectárea de perales de 3600 euros, determinar justificando las respuestas:

1. El número de hectáreas que dicho agricultor tiene que plantar de cada especie (manzanos y perales) con objeto de obtener los beneficios máximos anuales.
2. El valor de dichos beneficios máximos anuales.

(Extremadura Junio 2011)

Solución:

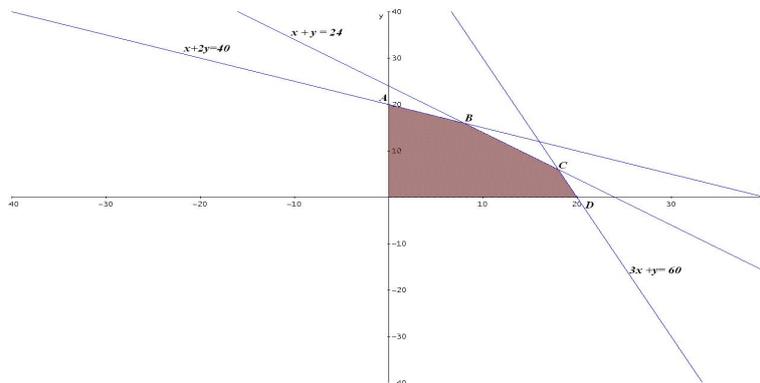
Denominamos x al número de hectáreas de manzanos e y al número de hectáreas de perales.

1.

	Agua	Jornadas	Beneficio
Manzanos	100	150	2000
Perales	200	50	3600
	≤ 4000	≤ 3000	

Función objetivo: $z(x, y) = 2000x + 3600y$ sujeto a:

$$\begin{cases} 100x + 200y \leq 4000 \\ 150x + 50y \leq 3000 \\ x + y \leq 24 \\ x, y \geq 0 \end{cases}$$



$$A(0, 20), B(8, 16), C(18, 6), D(20, 0)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} z(0, 20) = 72000 \\ z(8, 16) = 73600 \Leftarrow \text{Máximo} \\ z(18, 6) = 57600 \\ z(20, 0) = 40000 \end{array} \right.$$

El beneficio máximo se obtiene plantando 8 hectáreas de manzanos y 16 hectáreas de perales.

2. El beneficio máximo es de 73600 euros.