Examen de Matemáticas II (Septiembre 2013)
Selectividad-Coincidentes-Opción A
Tiempo: 90 minutos

Problema 1 *(3 puntos)* Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, se pide:

a) (1 punto). Calcular la matriz inversa A^{-1} de A.

b) (1 punto). ¿Son iguales las matrices $(A^{-1})^2$ y $(A^2)^{-1}$?

c) (1 punto). Dada la matriz $B = \begin{pmatrix} 6 \\ 8 \\ 3 \end{pmatrix}$ resolver la ecuación matricial $AX = B$.

Problema 2 *(3 puntos)* Dados el plano $\pi \equiv x - 2y + z = 6$ y la recta $r \equiv \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+2}{m} = z$, se pide:

a) (1 punto). Estudiar la posición relativa de r y π según los valores de m.

b) (1 punto). Para $m = -2$, determinar el plano que contiene a r y es perpendicular a π.

c) (1 punto). Para $m = -2$, determinar el punto de corte de r y π.

Problema 3 *(2 puntos)* Dada la función $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, se pide:

a) (1,5 puntos). Hallar los valores de a, b y c para que la gráfica de la función tenga un extremo relativo en el punto de abcisa $x = 1$, un punto de inflexión en el de abcisa $x = 2/3$ y corte el eje OY en el punto de ordenada $y = 1$.

b) (0,5 puntos). ¿Es el extremo relativo un máximo o un mínimo?

Problema 4 *(2 puntos)*Dada la función:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - x + 25 & \text{si} \quad x \le 1 \\ 5\sqrt{(2+x)^2 + (5-x)^2} & \text{si} \quad 1 < x < 2 \\ \frac{5\ln(1+x^2)}{\ln 5} & \text{si} \quad x \ge 2 \end{cases}$$

Se pide:

a) (1 punto). Estudiar la continuidad de $f(x)$ en $x = 1$ y en $x = 2$.

b) (1 punto). Estudiar la derivabilidad de $f(x)$ en $x = 1$ y en $x = 2$.

Examen de Matemáticas II (Septiembre 2013)
Selectividad-Coincidentes-Opción B
Tiempo: 90 minutos

Problema 1 *(3 puntos)* Dada la función $f(x) = \dfrac{x^2 + \alpha}{x^2 + 1}$, se pide:

a) (1 punto). Calcular la recta tangente a la gráfica de $f(x)$ en $x = 1$.

b) (0,5 puntos). Hallar el valor de α para el que esta recta tangente es horizontal.

c) (1,5 puntos). Representar gráficamente la función $y = f(x)$ para $\alpha = 2$, estudiando sus asíntotas y su crecimiento y decrecimiento.

Problema 2 *(3 puntos)* Dado el haz de planos de $\mathbb{R}^3$ definido por: $\pi_a \equiv x + 2y + az - 1 = 0$ (al variar a en $\mathbb{R}$ se obtienen todos los planos del haz) y la recta $r \equiv \dfrac{x-1}{2} = y + 3 = \dfrac{z}{2}$, se pide:

a) (1 punto). Determinar para qué valores de a la recta r es paralela al plano π_a .

b) (1 punto). Razonar si hay algún valor de a tal que la recta r es perpendicular al plano π_a, y en caso afirmativo calcular dichos valores de a.

c) (1 punto). Si $a = 1$, obtener los puntos de la recta r cuya distancia al plano π_1 es $\sqrt{6}$

Problema 3 *(2 puntos)* Resolver la ecuación:

$$\begin{vmatrix} x+1 & 1 & 6 \\ x-1 & 0 & -6 \\ x^2+2 & x & 12 \end{vmatrix} = 6$$

Problema 4 *(2 puntos)* Dado el sistema de ecuaciones lineales

$$\left\{ \begin{array}{rrrl} x+ & ay- & z = & 0 \\ 3x+ & 2y+ & az = & 0 \\ 7x+ & 9y+ & 9z = & 0 \end{array} \right.$$

se pide:

a) (1,5 puntos). Discutir el sistema según los valores de a.

b) (0,5 puntos). Resolverlo para $a = 5$.