Examen de Matemáticas 2ºBachillerato(CS)

Diciembre 2011

Problema 1 (5 puntos). Una fábrica de ordenadores va a lanzar al mercado dos nuevos modelos (uno básico y otro de lujo). El coste de fabricación del modelo básico es de 300 euros y el del modelo de lujo 1000 euros, disponiendo para esta operación de lanzamiento de 28000 euros. Para evitar riesgos, de momento se cree conveniente lanzar al menos el doble de ordenadores del modelo básico que del modelo de lujo y, en todo caso, no fabricar más de 50 ordenadores básicos. Además se quiere fabricar no menos de 10 ordenadores de lujo.

1. Representa la región factible
2. ¿Cuántos ordenadores debe fabricar si quiere maximizar el número total de ordenadores fabricados?
3. Si fabrica el máximo número de ordenadores posibles, ¿agota el presupuesto disponoible?

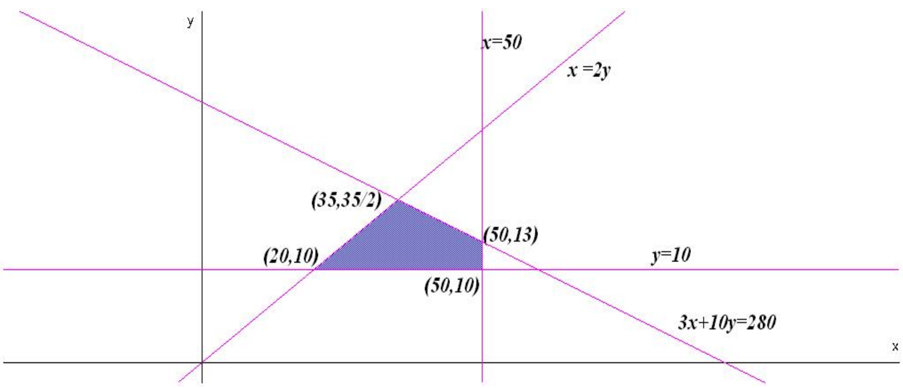
Castilla La Mancha (junio 2010)

Solución:

x: nº de ordenadores básicos.

x: nº de ordenadores de lujo.

1. Cálculo de la región



El problema sería encontrar el máximo de la función objetivo:

$$z(x, y) = x + y$$

Sujeto a las siguientes restricciones:

$$\left\{\begin{array}{c} 300x + 1000y \le 28000 \Longrightarrow 3x + 10y \le 280 \\ x \ge 2y \\ 0 \le x \le 50 \\ y \ge 10 \end{array}\right.$$

2. Sustituyendo los puntos tendremos:

$$\begin{array}{l} z(50, 10) = 60 \\ z(20, 10) = 30 \\ z(50, 13) = 63 \\ z(35, 35/2) = 52,5 \end{array}$$

Fabricarán un total de 63 ordenadores, de ellos 50 serán básicos y 13 de lujo.

3. En la fabricación se gastarán:

$$50 \cdot 300 + 13 \cdot 100 = 28000 \text{ euros}$$

Lo que nos indica que se gastarán todo el presupuesto.

Problema 2 (5 puntos). Considérese el sistema de ecuaciones

$$\left\{\begin{array}{rrrr} mx+ & y+ & z = & 3 \\ 2x+ & y- & mz = & 2 \\ x- & & 2z = & -1 \end{array}\right.$$

1. Discutir sus posibles soluciones según los valores del parámetro m.
2. Resolver el sistema para $m = 1$ y $m = 0$.

Solución:

1.

$$\overline{A} = \left(\begin{array}{rrr|r} m & 1 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & -m & 2 \\ 1 & 0 & -2 & -1 \end{array}\right), \quad |A| = -3m + 3 = 0 \Longrightarrow m = 1$$

Si $m \neq 1 \Longrightarrow |A| \neq 0 \Longrightarrow$Rango$(A) = 3 =$Rango$(\overline{A})$ = nº de incógnitas $\Longrightarrow$ Sistema Compatible Determinado.

Si $m = 1$:

$$\overline{A} = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -2 & -1 \end{array} \right); \ |A| = 0 \ \text{y} \ \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = -1 \neq 0$$

Luego Rango$(A) = 2$ y además $F_3 = F_2 + F_1 \Longrightarrow$ Rango$(\overline{A}) = 2$. Tenemos que:

Rango$(A) =$ Rango$(\overline{A}) <$ nº de incógnitas y es un Sistema Compatible Indeterminado. (Tiene infinitas soluciones)

2. Si $m = 1$:

$$\left\{ \begin{array}{rrrr} x+ & y+ & z = & 3 \\ 2x+ & y- & z = & 2 \end{array} \right. \Longrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = -1 + 2\lambda \\ y = 4 - 3\lambda \\ z = \lambda \end{array} \right.$$

Si $m = 0$:

$$\left\{ \begin{array}{c} y + z = 3 \\ 2x + y = 2 \\ x - 2z = -1 \end{array} \right. \Longrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = -1/3 \\ y = 8/3 \\ z = 1/3 \end{array} \right.$$